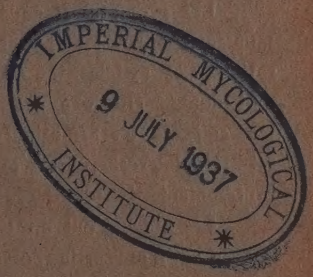
COMPTES RENDUS

(DOKLADY)

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

NOUVELLE SÉRIE

1937



VOLUME XV

№ 5

ÉDITION DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS
MOSCOU

AVIS AUX AUTEURS

Les «Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS» paraissent tous les dix jours, neuf numéros formant un volume d'environ 500 pages pourvu d'une table des matières.

Les «Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS» publient des communications courtes précisant l'essentiel des travaux plus volumineux en préparation. Ces articles, ne dépassant pas comme règle dix mille signes typographiques, sont donnés en l'une des trois langues: français, anglais, allemand. Ils embrassent les sciences mathématiques, physiques, naturelles et techniques, reproduisant les résultats de recherches scientifiques actuellement en cours ou à peine achevées qui représentent les plus récentes données de l'investigation scientifique.

Les auteurs ont droit chacun à 25 extraits gratuits.

Les manuscrits doivent être adressés à la Rédaction des «Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS»—Moscou, oulitza Koujbysheva, 8.

15 mai

COMPTES RENDUS

(DOKLADY)

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

COMITÉ DE RÉDACTION

A. Borissiak, de l'Académie, A. Fersman, de l'Académie, A. Frumkin, de l'Académie,
A. Richter, de l'Académie, S. Wawilow, de l'Académie

NOUVELLE SÉRIE

5-me année

Paraissant tous les dix jours

1937

VOLUME XV, № 5

TABLE DES MATIÈRES

Pages

MATHÉMATIQUES

S. Bergmann. Zur Theorie der Funktionen, die eine lineare partielle Differentialgleichung befriedigen. I 227
V. S. Ignatovskij (W. Ignatowsky), korrespondierendes Mitglied der Akademie. Zur Laplace-Transformation. VIII 231
L. Lusternik. Une généralisation de l'équation du type Sturm-Liouville 235
A. Bobrov. Über relative Stabilität von Summen positiver zufälliger Grössen 239

PHYSIQUE

V. Fock, korrespondierendes Mitglied der Akademie. Über die Bose-Amplituden in der Neutrinotheorie des Lichtes 241
A. Toporec. On the Mechanism of the Formation of Atomic and Colloidal Centres of Silver in Alkali-Halide Phosphorous 245

CHIMIE PHYSIQUE

L. I. Belajev. On the Problem of the Electrophoresis of Lammellae at the Interface of Liquid Phases 249

BIOLOGIE

P. J. Schmidt and **G. P. Platonov.** Anabiosis and Fish Transport without Water 255

Pages

GÉNÉTIQUE

J. N. Golubinskij. A Tetraploid Form of *Ocimum canum* Sims, Experimentally Produced 261

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE

D. J. Vakulin. Reaction of Reversibility in *Perilla ocymoides* L. under Natural Conditions 263
T. T. Demidenko. Iron in the Nutrition of Higher Plants 267

ZOOLOGIE

V. L. Vagin. Die Stellung der *Ascothoracida* ord. nov. *(Cirripedia Ascothoracica* Gruvel 1905) im System der *Entomostraca* 273
P. J. Schmidt. On the Pacific Genera *Eurymen* Gilbert and Burke and *Gilbertidia* C. Berg *(Pisces Cottidae)* 279

ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE

G. V. Lopashov. Über die Organbildung bei nervenlosen Organismen . . 283
— Über die Spezifität induktiver Einflüsse 286

Imprimé par l'ordre de l'Académie des Sciences de l'URSS.
Secrétaire perpétuel membre de l'Académie **N. Gorbounov.**
Rédacteur en chef A. Fersman.—Rédacteur S. Bernstein.

En composition 19/IV 1937. En impression 23/V 1937. Nombre de feuilles d'imprimerie 4
Nombre de caractères par feuille imprimée 65.000. Pages 225—288. Format du papier 72×110 cm.
Tirage 1300. Moscou. Glavlit B. 5140 Numéro d'édition 616. Numéro typographique 748.

Imprimerie № 16, Moscou, Trekhproudnij péréoulok, 9.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

MATHEMATIK

ZUR THEORIE DER FUNKTIONEN, DIE EINE LINEARE PARTIELLE DIFFERENTIALGLEICHUNG BEFRIEDIGEN. I

Von S. BERGMANN

(Vorgelegt von I. M. Vinogradov, Mitglied der Akademie, d. 10. IV. 1937)

Da man jeder (komplexen) harmonischen Funktion $U(x_1, x_2)$ ein Paar von analytischen Funktionen durch die Beziehung

$$U(x_1, x_2) = f(x_1 + ix_2) + g(x_1 - ix_2) \tag{1.1}$$

zuordnen kann, lassen sich die meisten Sätze der Theorie der a.F.1 k.V. (analytischen Funktionen 1 komplexen Veränderlichen) auf die Klasse der harmonischen Funktionen $U(x_1, x_2)$ übertragen.

In einigen früheren Arbeiten wurde gezeigt, dass man jeder Funktion, die die Gleichung $\Delta U(x, y, z) = 0$ (1) bzw. $\Delta U(x_1, x_2) + U(x_1, x_2) = 0$ (2) befriedigt, eine bzw. ein Paar von a.F.1 k.V. zuordnen und ausgehend hiervon eine Reihe von Sätzen der Theorie d.a.F.1 k.V. auf den Fall der angegebenen Funktionen $U(x, y, z)$ bzw. $U(x_1, x_2)$ übertragen kann. Das in der Arbeit K* angegebene Verfahren lässt sich, wie wir zeigen wollen, auf den Fall der Differentialgleichung

$$\mathbf{L}(U) \equiv U_{z\bar{z}} + A(z, \bar{z})\, U_z + B(z, \bar{z})\, U_{\bar{z}} + C(z, \bar{z})\, U = 0 \tag{1.2}$$

ausdehnen. Es bedeuten dabei:

$$z = z_1 + iz_2, \quad \bar{z} = z_1 - iz_2,$$

$$z_k = x_k + iy_k,\ k = 1,2; \quad U_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial z_1} - i\,\frac{\partial U}{\partial z_2}\right),\ U_{\bar{z}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial z_1} + i\,\frac{\partial U}{\partial z_2}\right),$$

A, B, C sind komplexe Funktionen, die in einem genügend grossen Gebiete des (vierdimensionalen) $z_1 z_2$-Raumes definiert sind.

In der vorliegenden Note wird eine Integraldarstellung der Funktionen, die $\mathbf{L}(U) = 0$ befriedigen, gegeben, die den Ausgangspunkt der weiteren Betrachtungen bildet. Mit $\mathfrak{f}$ ** bezeichnen wir eine rektifizierbare einfache Kurve der komplexen t-Ebene, die in $|t| \leqslant 1$ liegt, die Punkte $t = -1$ und $t = 1$ verbindet, den Punkt $t = 0$ auslässt und in den Punkten $t = \pm 1$ die reelle t-Achse berührt.

* Bezüglich dieser Bezeichnung siehe (2).

** Mit deutschen Buchstaben werden Mannigfaltigkeiten bezeichnet, wobei der obere Index die Dimension der betreffenden Mannigfaltigkeit angibt.

Satz 1. *Es mögen* $A(z,\bar{z}), B(z,\bar{z}), C(z,\bar{z})$ *für*

$$\{z,\bar{z}\}\subset \mathfrak{U}^4 = E[|z|<r,\ |\bar{z}|<r],$$

r hinreichend klein, stetig differenzierbare Funktionen bedeuten.* $\mathrm{E}(z,\bar{z},t)$ *sei eine für* $\{z,\bar{z}\}\subset\mathfrak{U}^4$, $|t|\leqslant r$ *zweimal stetig differenzierbare Partikularlösung von*

$$\mathrm{B}(\mathrm{E}^*)\equiv -(1-t^2)\,\mathrm{E}^*_{\bar{z}t}+t^{-1}\mathrm{E}^*_{\bar{z}}-2tz\,[\mathrm{E}^*_{zz}+D\mathrm{E}^*_{\bar{z}}+F\mathrm{E}^*]=0, \qquad (1.3)$$

wobei

$$D\equiv n_z-\int_0^{\bar{z}} A_z d\bar{z}+B,\quad F\equiv -A_z-AB+C$$

ist, und $n\equiv n(z)$ *beliebige a.F.1 k.V. z bedeutet. Ist* $f(u)$ *eine für* $|u|\leqslant r$, *r hinreichend klein, a. F. 1 k.V. u, so ist*

$$U(z,\bar{z})=\int_{\mathfrak{f}^1}\mathrm{E}(z,\bar{z},t)f\left(z\frac{1-t^2}{2}\right)\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}},$$

$$\mathrm{E}(z,\bar{z},t)=\mathrm{E}^*(z,\bar{z},t)\cdot\exp\left[n(z)-\int_0^{\bar{z}}A(z,\bar{z})\,d\bar{z}\right],\quad \exp a\equiv e^a \qquad (1.4)$$

eine Partikularlösung von $\mathrm{L}(U)=0$.

Es genügt beim Beweise zu zeigen, dass

$$V(z,\bar{z})=\int_{\mathfrak{f}^1}\mathrm{E}^*(z,\bar{z},t)f\left(z\frac{1-t^2}{2}\right)\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$$

der Differentialgleichung

$$\mathbf{L}^*(V)\equiv V_{z\bar{z}}+DV_{\bar{z}}+FV=0 \qquad (1.5)$$

genügt. Nun ist

$$V_{\bar{z}}=\int_{\mathfrak{f}^1}\mathrm{E}^*_{\bar{z}}f\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}},\quad V_{z\bar{z}}=\int_{\mathfrak{f}^1}\mathrm{E}^*_{z\bar{z}}f\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}-\int_{\mathfrak{f}^1}\mathrm{E}^*_{\bar{z}}\frac{\sqrt{1-t^2}}{2zt}f_t\,dt,$$

da $f_z=-f_t\frac{1-t^2}{2zt}$ ist. Indem man das zweite Integral in der für $V_{z\bar{z}}$ erhaltenen Formel partiell integriert, und die für $V_{\bar{z}}$ und $V_{z\bar{z}}$ errechneten Ausdrücke in (1.5) einsetzt, gelangt man auf Grund von (1.3) zu dem Ergebnis $\mathbf{L}^*(V)=0$.

Hat E^* die Gestalt $C_1+tz\bar{z}\,\mathrm{E}^{*(1)}$, wo $\mathrm{E}^{*(1)}(z,\bar{z},t)$ eine stetig differenzierbare Funktion von $z,\bar{z},t$ bedeutet, so bezeichnen wir

$$\mathrm{E}=\mathrm{E}^*\cdot\exp\left[n-\int_0^{\bar{z}}A\,d\bar{z}\right]$$

als Erzeugungsfunktion erster Art.

Satz 2. *Sind die Koeffizienten A, B, C von* $\mathbf{L}(U)=0$ *in einem genügend grossen Gebiete* $\mathfrak{U}^4$ *des (vierdimensionalen)* z_1z_2*-Raumes analytisch, so gibt es zwei analytische Erzeugungsfunktionen*

$$\mathrm{E}_k(z,\bar{z},t)=\mathrm{E}^*_k(z,\bar{z},t)\cdot H_k(z,\bar{z}),\quad k=1,2,$$

---

* Mit $E\,[\ldots]$ bezeichnen wir die Menge der Punkte, deren Koordinaten den in der Klammer angegebenen Gleichungen oder Ungleichungen genügen.

erster Art, so dass

$$U(z,\bar{z}) = \int_{\Gamma} \Big[H_1(z,\bar{z}) \cdot \mathrm{E}_1^*(z,\bar{z},t) f\Big(z\frac{1-t^2}{2}\Big) + H_2(z,\bar{z})\mathrm{E}_2^*(z,\bar{z},t)\, g\Big(\bar{z}\frac{1-t^2}{2}\Big)\Big] \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}, \tag{1.6}$$

$$H_1(z,\bar{z}) \equiv \exp\Big[n_1(z) - \int_0^{\bar{z}} A d\bar{z}\Big], \quad H_2(z,\bar{z}) \equiv \exp\Big[n_2(\bar{z}) - \int_0^{z} B dz\Big],$$

eine in $\mathfrak{U}^4$ *reguläre Partikularlösung von* $\mathbf{L}(U) = 0$ *bildet, falls* $f(u)$, $g(u)$, $n_k(u)$ *a.F.1 k.V. u sind.*

Umgekehrt: jede Partikularlösung U *von* $\mathbf{L}(U) = 0$ *lässt sich in* $\mathfrak{U}^4$ *in der Form* (1.6) *darstellen, wobei*

$$\left.\begin{aligned} f(u) &= \frac{2}{\pi c_1}\int_0^{\frac{\pi}{2}} u\sin\vartheta\, \frac{dW_1(2u\sin^2\vartheta,\,0)}{d(u\sin^2\vartheta)}\, d\vartheta + \frac{1}{\pi c_1} W_1(0,0), \\ g(u) &= \frac{2}{\pi c_2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} u\sin\vartheta\, \frac{dW_2(0,\,2u\sin^2\vartheta)}{d(u\sin^2\vartheta)}\, d\vartheta, \\ W_1(z,\bar{z}) &= \frac{U(z,\bar{z})}{H_1(z,\bar{z})}, \quad W_2(z,\bar{z}) = \frac{U(z,\bar{z}) - 2W_1(0,0)H_1(z,\bar{z})}{H_2(z,\bar{z})}, \\ c_k &= \mathrm{E}_k^*(0,0,0) \end{aligned}\right\} \tag{1.7}$$

ist.

Um den Satz 2 zu beweisen, zeigen wir, dass eine Partikularlösung

$$\mathrm{E}^*(z,\bar{z},t) = c_1 + \sum_{n=1}^{\infty} t^{2n} z^n \int_0^{\bar{z}} P^{(2n)}(z,\,\bar{z})\, d\bar{z}, \quad c_1 \text{ const}, \tag{1.8}$$

von $B(\mathrm{E}^*) = 0$ existiert. Zur Bestimmung der $P^{(2n)}$ erhält man das Gleichungssystem:

$$P^{(2)} = -2c_1 F,$$

$$(2n-1)P^{(2n+2)} = -2\Big[P_z^{(2n)} + DP^{(2n)} + F\int_0^{\bar{z}} P^{(2n)} d\bar{z}\Big], \quad n = 1, 2, \ldots \tag{1.9}$$

Bei unserer Annahme ist $\left[\dfrac{\int_0^{\bar{z}} P^{(2n)}(z,\bar{z})\, dz}{\bar{z}}\right]$ in $\mathfrak{U}^4$ regulär. Um die Konvergenz von (1.8) zu beweisen, führen wir die Majoranten $\tilde{P}^{(2n)}$ von $P^{(2n)}$ durch das Gleichungssystem:

$$\tilde{P}^{(2)} = \frac{2c_1 C}{\Big(1-\frac{z}{r}\Big)\Big(1-\frac{\bar{z}}{r}\Big)}, \quad (2n-1)\ \tilde{P}^{(2n+2)} =$$

$$= 2\left[\tilde{P}_z^{(2n)} + \frac{C}{\Big(1-\frac{z}{r}\Big)\Big(1-\frac{\bar{z}}{r}\Big)}\tilde{P}^{(2n)} + \frac{C}{\Big(1-\frac{z}{r}\Big)\Big(1-\frac{\bar{z}}{r}\Big)}\int_0^{\bar{z}} \tilde{P}^{(2n)} d\bar{z}\right],$$

$$n = 1, 2, \ldots \tag{1.10}$$

ein, wo C und r geeignete Konstanten sind, und zeigen, dass

$$|P^{(2n)}(|z|, |\bar{z}|)| \leqslant \tilde{P}^{(2n)}(|z|, |\bar{z}|)$$

ist.

Vermittelst $\tilde{P}^{(2n)} = \dfrac{2^{n-1} Q^{(2n)}}{1 \cdot 3 \ldots (2n-3)\left(1-\frac{z}{r}\right)}$ führen wir eine neue Veränderliche $Q^{(2n)}$ ein, zu deren Bestimmung man das Gleichungssystem

$$Q^{(2n+2)} = Q^{(2n)}\left[\frac{n}{r} + \frac{Cr}{r-\bar{z}}\right] + \frac{Cr}{r-\bar{z}} \int_0^{\bar{z}} Q^{(2n)}\, d\bar{z}, \quad n = 1, 2, \ldots$$

erhält. $Q^{(2n)}$ hängt nur von $\bar{z}$ ab, und $Q^{(2n)}(|\bar{z}|)$ ist eine nicht abnehmende Funktion von $|\bar{z}|$, weshalb

$$Q^{(2n+2)}(|\bar{z}|) \leqslant Q^{(2n)}(|\bar{z}|)\left[\frac{n}{r} + 2C(1+r)\right]$$

ist. Auf diesem Wege erhalten wir schliesslich eine Majorante für (1.8), nämlich

$$c_1 + |t|^2 \frac{c_1 Cr}{(r-|\bar{z}|)} + 2c_1 rC \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2\{|zt^2| \cdot (n-1+A)(n-2+A) \ldots (1+A)}{(r-|\bar{z}|)^n 1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (2n-3)}, \quad (1.11)$$

$$A = 2Cr(1+r).$$

Die Formeln (1.7) erhalten wir durch eine Wiederholung des Beweises für den Spezialfall $\Delta U + U = 0$ (vgl. Arbeiten K, S. 390 oder V*, S. 99).

Ist $\mathfrak{F}^2$ ein Bereich der x_1x_2-Ebene, so bezeichnen wir den Zylinder $E[x_1 + (-1)^k y_2 = a, \quad x_2 - (-1)^k y_2 = b]$, $z_k = x_k + iy_k$, $k = 1, 2$, wo $\{a, b\}$ alle Punkte $\{x_1, x_2\}$ von $\mathfrak{F}^2$ durchläuft, mit $\mathfrak{Z}_k^4$, und den Bereich $H(\mathfrak{F}^2) = \mathfrak{Z}_1^4 \cdot \mathfrak{Z}_2^4$** des z_1z_2-Raumes als die Hülle von $\mathfrak{F}^2$.

Ist $U(x_1, x_2)$ eine in einem Sternbereiche $\mathfrak{F}^2$ der reellen Ebene zweimal stetig differenzierbare Partikularlösung von $L(U) = 0$ und sind die Koeffizienten von $\mathbf{L}(U)$ in $H(\mathfrak{F}^2)$ regulär, so ist $U(z_1, z_2)$ in $H(\mathfrak{F}^2)$ regulär und ebenda gilt die Darstellung (1.6).

Die Gesamtheit der Funktionen

$$U(z, \bar{z}) = \int_{\Gamma} E(z, \bar{z}, t) f\left(z\frac{1-t^2}{2}\right) \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}, \quad (1.12)$$

wo $E(z, \bar{z}, t)$ eine gegebene Funktion ist, und $f(u)$ eine beliebige a.F.1 k.V. u bedeutet, bezeichnen wir als die E-Klasse, $E(z, \bar{z}, t)$—als die Erzeugungsfunktion der Klasse, f als die Zugeordnete von $U(z, \bar{z})$.

Es zeigt sich nun, dass eine Reihe von Sätzen der Theorie der a.F.1 k.V. über das Verhalten der Funktionen im kleinen und im grossen sich auf den Fall der Funktionen der E-Klasse übertragen lässt (vgl. dazu die Arbeiten K und V und die in [1]) zitierten Untersuchungen).

Mathematisches Institut der Georgischen Abteilung der Akademie der Wissenschaften der UdSSR.

Eingegangen d. 10. IV. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Math. ZS., **24**, 641—669 (1926); Math. Annalen, **99**, 629—659 (1928) und **101**, 534—558 (1929). [2] Math. ZS., **32**, 386—406 (1930), diese wird im weiteren als Arbeit K zitiert; Applied Mathematics and Mechanics, **3**, 97—107 (1936), im weiteren als Arbeit V zitiert.

* Bezüglich dieser Bezeichnungen siehe [2].

** $\mathfrak{Z}_1^4 \cdot \mathfrak{Z}_2^4$=Durchschnitt von $\mathfrak{Z}_1^4$ und $\mathfrak{Z}_2^4$.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

MATHEMATIK

ZUR LAPLACE-TRANSFORMATION. VIII

Von V. S. IGNATOVSKIJ (W. IGNATOWSKY), korrespondierendem Mitglied der Akademie

Wie wir schon in unserer Note VI (1) bemerkt haben, können wir auf, eine, wie dort, analoge Weise zu dem dreidimensionalen Fall übergehen d. h. zu der Gleichung

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c_1\frac{\partial u}{\partial t} + a_1\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + mu = \varphi(x, y, z, t), \qquad (1)$$

wobei wir ein analoges Problem im Auge haben, wie in der Note VI, d. h. als Grenzfläche mit den Randbedingungen nehmen wir wieder die YZ-Ebene an, rechts von welcher (positive x) die Gleichung (1) gelten soll.

Es wird also sein

$$0 < t < \infty;\ 0 < x < \infty;\ -\infty < y < \infty;\ -\infty < z < \infty. \qquad (2)$$

Wir wenden deshalb die zweiseitige Laplace-Transformation in bezug auf z an, d. h.

$$\chi(x, y, \delta, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-z\delta} u(x, y, z, t)\, dz, \qquad (3)$$

und erhalten dann aus (1) eine Gleichung vom Typus der Note VI nur mit $m - \delta^2$ an Stelle von m. Demnach ist durch die Note VI die Lösung im Unterraum vollkommen gegeben. Gehen wir nun in den Oberraum in bezug auf z zurück, so erhalten wir unsere endgültige Lösung. An Stelle der vier Grössen (2) und (3) der Note VI treten hier die vier Grössen:

$$u(0, y, z, t) = u_0(y, z, t);\ \left.\frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial x}\right|_{x \to 0} = h(y, z, t) \qquad (4)$$

und

$$u(x, y, z, 0) = f(x, y, z);\ \left.\frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial t}\right|_{t \to 0} = F(x, y, z), \qquad (5)$$

von welchen nur drei gegeben sein können.

Die Lösung wird im allgemeinen von der Form sein

$$u(x, y, z, t) = u_1(x, y, z, t) - \varphi u_2(x, y, z, t), \qquad (6)$$

wo, wie früher,

$$\varrho = m - \frac{\mu^2}{c^2} + \nu^2 \qquad (7)$$

bedeutet.

Zum Beispiel erhalten wir, falls $f(x, y, z)$ gegeben ist und $\mu = 0$,

$$u_1 = \frac{1}{4\pi c}\frac{\partial}{\partial t}\int_{-tc}^{+tc} e^{-\nu w}\,dw \int_{-\sqrt{c^2t^2-w^2}}^{\sqrt{c^2t^2-w^2}} \frac{1}{\sqrt{c^2t^2-w^2-s^2}} \times$$

$$\times \left\{ f(x-w, y-s, z-\sqrt{c^2t^2-w^2-s^2}) + f(x-w, y-s, z+\sqrt{c^2t^2-w^2-s^2}) \right\} ds \qquad (8)$$

$x > ct$

und

$$u_2 = \frac{1}{4\pi c}\frac{\partial}{\partial t}\int_{-ct}^{ct} e^{-\nu w}\,dw \int_{-\sqrt{c^2t^2-w^2}}^{\sqrt{c^2t^2-w^2}} ds \int_{-\sqrt{c^2t^2-w^2-s^2}}^{\sqrt{c^2t^2-w^2-s^2}} \frac{1}{\sqrt{\tau^2-c^2t^2-w^2-s^2}} \times$$

$$\times f(x-w, y-s, z-\tau)\, I_1\left(\varrho\sqrt{\tau^2-c^2t^2-w^2-s^2}\right) d\tau. \qquad (9)$$

$x > ct$

Denken wir uns nun eine Kugel mit dem Mittelpunkt im Aufpunkt und mit dem mit der Zeit veränderlichen Radius ct (Wellenkugel), so wird in (8) was ein Integral vom Poissonschen Typus darstellt, über die Oberfläche dieser Kugel integriert, während dieselbe den Raum abfegt, und zwar dort, wo gerade $f(x, y, z)$ vom Null verschieden sein wird.

Im Gegensatz zu (8) wird in (9) über das Volumen der Wellenkugel integriert ebenfalls dort, wo $f(x, y, z)$ existiert.

Auch hier, wie in der Note VI, berechnen sich die entsprechenden Werte bei $x < ct$ dadurch, dass die Wellenkugel die entsprechenden Spiegelbilder, in bezug auf die Grenzfläche, abfegt. Ist uns auch $u_0(y, z, t)$ gegeben, so kommt noch das Glied

$$u_1 = -\frac{ce^{-\nu x}}{2\pi}\frac{\partial}{\partial x}\int_{\frac{x}{c}}^{t} e^{-\mu w}\,dw \int_{-\sqrt{c^2w^2-x^2}}^{\sqrt{c^2w^2-x^2}} \frac{1}{\sqrt{c^2w^2-x^2-s^2}} \times$$

$$\times \left\{ u_0(y-s, z-\sqrt{c^2w^2-x^2-s^2}, t-w) + u_0(y-s, z+\sqrt{c^2w^2-x^2-s^2}, t-w) \right\} ds \qquad (10)$$

$x < ct$

hinzu, und für $x > ct$ erhalten wir Null.

Hierbei wird über denjenigen Teil der Oberfläche der Wellenkugel integriert, welcher links der Grenzfläche (YZ-Ebene) liegt, in Abhängigkeit von der Verteilung von u_0 auf dieser Grenzfläche. In dem entsprechenden Integral für u_2 wird über denjenigen Teil des Volumens der Wellenkugel integriert, welcher ebenfalls links der Grenzfläche liegt, auch wieder in Abhängigkeit von der Verteilung von u_0 auf der Grenzfläche.

Nun bedeutet das Auftreten solcher Volumenintegrale die Eigentümlichkeiten, auf welche wir in unserer Note hingewiesen haben.

Von diesen Volumenintegralen, welche im gewissen Sinne dem Huygensschen Prinzip widersprechen, befreien wir uns falls $\varrho = 0$ ist.

Dieses tritt nun in zwei Fällen ein: entweder ist $m = \mu = \nu = 0$, wir kommen aber dann zu der gewöhnlichen Wellengleichung, oder aber zwischen den Konstanten m, c_1, a_1 besteht eine solche Beziehung, dass es

$$m - \frac{\mu^2}{c^2} + \nu^2 = 0 \tag{11}$$

sein wird. Hierbei wird die Form der Gleichung (1) gewahrt, und es entspricht dieser Fall (11) der verzerrungsfreien Leitung von Heaviside.

Unser in der Note VI und hier dargelegte Übergang vom ein- bis zum dreidimensionalen Fall stellt eine Methode dar, welche auch anwendbar ist, falls noch die Derivierten $\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$, ... u. s. w. auftreten werden. Wir kommen später noch ausführlicher darauf zurück.

Zum Schluss noch einige Bemerkungen zu unserer Note V (²). Auf Grund der angenommenen Eigenschaften für $f(z)$ ergibt sich, dass

$$F_1(t) = \int_0^t F(y)\,dy = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{zt} f(z)}{z}\,dz \tag{12}$$

sein wird, da ja $\frac{f(z)}{z}$ ebenfalls zu dem Fall $\nu > 1$ gehört und deshalb $F_1(t)$ für $t = a$ verschwindet, wie dies bei (7) V hervorgehoben wurde. Aus (12) folgt dann

$$\frac{f(z)}{z} = \int_a^\infty e^{-zt} F_1(t)\,dt = \int_a^\infty e^{-zt}\,dt \int_a^t F(y)\,dy \tag{13}$$

bei absoluter Konvergenz des Integrals. Die partielle Integration ergibt nun

$$f(z) = \int_a^\infty e^{-zt} F(t)\,dt, \tag{14}$$

wodurch wir, erstens, die Existenz des Integrals (14) gezeigt haben und, zweitens, zu unserer Ausgangsfunktion $f(z)$ gekommen sind, d. h. die Gleichung $f_1(z) = f(z)$ der Note V noch einmal bewiesen haben.

Was die absolute Konvergenz von (14) anbelangt, so ergibt sie sich auf Grund von (15) V und einiger einfacher Überlegungen, auf welche wir hier nun eingehen möchten.

Es sei h eine reelle endliche Grösse mit $h > a$. Aus (20) V und (12) folgt dann die Existenz der Integrale

$$\int_a^h (t-a) F(t)\,dt; \quad \int_a^h (t-a) |F(t)|\,dt; \quad \int_a^h F(t)\,dt. \tag{15}$$

Ferner ergibt sich aus (20) V, ähnlich wie bei (12):

$$(t-a) F(t) = 0; \quad t = a \tag{16}$$

und

$$(t-a) F(t) \text{ ist endlich, für } a \leqslant t \leqslant h. \tag{17}$$

Aus (17) und (16) ersehen wir nun, dass falls das dritte Integral in (15) ein uneigentliches sein wird, dies nur in bezug auf den Punkt $t = a$ vorkommen kann. Da nun aber

$$\left| \int_a^{a+\varepsilon} e^{-zt} F(t)\,dt \right| < \int_a^{a+\varepsilon} e^{-xt} |F(t)|\,dt < M \int_a^{a+\varepsilon} |F(t)|\,dt \tag{18}$$

sein wird, wo M das Maximum von e^{-xt} im Intervall $(a, a+\varepsilon)$ bedeutet, so brauchen wir nur mehr für die absolute Konvergenz von (14), laut dem eben gesagten und (15) V, die Existenz des rechten Integrals in (18) bei kleinem $\varepsilon > 0$ zu beweisen*.

Es sei nun $F(t)$ so beschaffen, dass bei einem festen aber kleinen $\varepsilon > 0$ die Funktion (17), welche ja wegen (16) bei $t = a$ mit dem Wert Null beginnt, im Intervall $a \leqslant t \leqslant a + \varepsilon$ ihr Zeichen nicht wechselt. Eine Bedingung, von welcher man wohl behaupten kann, dass sie bei allen Funktionen, die in den Anwendungen vorkommen, erfüllt sein wird. Da nun $t - a \leqslant \varepsilon$ ebenfalls sein Zeichen nicht wechselt, so gilt dasselbe auch für $F(t)$ und deshalb

$$\left| \int_a^{a+\varepsilon} F(t)\, dt \right| = \int_a^{a+\varepsilon} |F(t)|\, dt, \tag{19}$$

wodurch, wegen der Existenz des dritten Integrals in (15), alles bewiesen sein wird.

Als Beispiel zu den Bedingungen (4) und (5) V führen wir an

$$\frac{A + B\{\Psi(\nu) - \log z\}}{z^\nu} = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^\infty e^{-zt} (A + B \log t)\, t^{\nu-1}\, dt, \quad \nu > 0, \tag{20}$$

was absolut konvergent sein wird. Ferner sei bemerkt, dass die Beziehung (16), welche ja immer erfüllt ist, nach Stolz (3), eine notwendige Bedingung für die absolute Konvergenz des dritten Integrals in (15) darstellt.

Institut für Mathematik u. Mechanik
d. Universität Leningrad.

Eingegangen
d. 10. IV. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] V. Ignatovskij, C. R. Acad. Sci. URSS, XV, № 2 (1937). [2] V. Ignatovskij, C. R. Acad. Sci. URSS, XIV, № 8, 475 — 478 (1937). [3] O. Stolz, Grundzüge der Differential- u. Integralrechnung, Teil I, S. 404, Leipzig, Teubner (1893).

* Aus (20) V ergibt sich, dass $|F(t)| < \frac{Ke^{ct}}{t-a}$ sein wird, wobei K eine Konstante bedeutet. Deshalb, oder auch wegen des zweiten Integrals in (15), können wir statt der unteren Grenze b fur die absolute Konvergenz in der linken Seite von (15) V direkt $a + \varepsilon$ mit $\varepsilon > 0$ setzen und kommen so zu dem linken Integral in (18). Dies stimmt auch mit dem, was im Text bezüglich des uneigentlichen Integrals gesagt wurde.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

MATHÉMATIQUES

UNE GÉNÉRALISATION DE L'ÉQUATION DU TYPE STURM-LIOUVILLE

Par L. LUSTERNIK

(Présenté par I. M. Vinogradow, de l'Académie, le 26. III. 1937)

Soit $F(x, y, y')$ une fonction homogène de degré pair $2k$ par rapport aux arguments y et y', continue et possédant des dérivées partielles d'ordre suffisamment grand. Considérons la fonctionnelle

$$J(y) = \int_a^b F(x, y, y')\, dx.$$

Le problème isopérimétrique

$$\delta J(y) = 0$$

et les conditions

$$\int_a^b y^{2k}\, dx = 1, \quad y(a) = y(b) = 0, \tag{1}$$

nous conduisent à l'équation

$$\frac{1}{2k}\left(F_y - \frac{d}{dx} F_{y'}\right) = \lambda y^{2k-1} \tag{2}$$

(λ est la constante isopérimétrique).

Si

$$F = Ry'^2 + Py^2,$$

l'équation (2) se réduit à l'équation ordinaire de Sturm-Liouville. Nous allons supposer dans la suite $F_{y'y'} \geqslant 0$, et d'ailleurs $F_{y'y'} = 0$ seulement dans le cas où le degré d'homogénéité $2k$ surpasse 2 et l'on a simultanément $y = y' = 0$.

En conservant la terminologie de la théorie des équations de Sturm-Liouville, nous allons nommer nombres caractéristiques les nombres λ pour lesquels l'équation (2) admet une solution non nulle et vérifiant les conditions aux limites $y(a) = y(b) = 0$; les solutions correspondantes seront nommées fonctions caractéristiques. Comme l'équation (2) est homogène, si $y(x)$ est une fonction caractéristique, il en est de même pour

$ty(x)$ quelle que soit la constante t: la fonction caractéristique $y(x)$ est dite normée si l'on a:

$$\int_a^b y^2\,dx = 1.$$

Presque tous les résultats essentiels de la théorie des équations de Sturm-Liouville restent valables pour les équations du type (2): à savoir, l'existence d'une suite dénombrable de valeurs caractéristiques réelles, l'ordre de leur croissance asymptotique, le théorème sur l'oscillation, le théorème de Sturm sur l'alternation des zéros de deux solutions, le théorème de Jacobi sur les conditions pour que la fonctionnelle $J(y)$ soit positive, le théorème sur le nombre des valeurs caractéristiques négatives.

Lemme 1. *Si $y(x)$ est une fonction caractéristique normée correspondant à la valeur caractéristique λ, on a:*

$$J(y) = \lambda.$$

Lemme 2. *Soit $z_1(x)$ une solution quelconque de l'équation*

$$F_z - \frac{d}{dx} F_{z'} = \lambda z.$$

Si l'on a, pour $x = c$, $z_1(c) = z_1'(c) = 0$, on a:

$$z_1(x) \equiv 0.$$

Il en résulte qu'il n'existe qu'une seule fonction caractéristique normée correspondant à une valeur caractéristique λ donnée et qu'il n'existe qu'une seule courbe $y = z_1(x)$, passant par un point donné dans une direction donnée.

Lemme 3. *Il existe pour chaque constante positive l une constante positive l_1 telle que pour $x_0 - x_1 < l_1$ il passe par un couple donné de points $A(x_0, y_0)$ et $A(x_1, y_1)$ une et une seule courbe $y = z_1(x)$ pour chaque λ, pourvu que $0 \leqslant \lambda \leqslant l$.*

Lemme 4. *En conservant les notations du lemme précédent désignons $\varphi(\lambda)$ la valeur $\int_{x_1}^{x_0} z_1^2\,dx$, où $y = z_1(x)$ passe par les points donnés $A(x_0, y_0)$, $B(x_1, y_1)$: la fonction $\varphi(\lambda)$ est une fonction décroissante dans l'intervalle $0 \leqslant \lambda \leqslant l$, excepté le cas où $y_0 = y_1 = 0$ quand $\varphi(\lambda) \equiv 0$.*

Lemme 5. *La fonctionnelle $J(y)$ est bornée inférieurement quand les conditions (1) sont vérifiées. Soit λ_0 sa borne inférieure dans ces conditions.*

Théorème 1. *λ_0 est une valeur caractéristique. En vertu du lemme 5 il existe une suite de fonctions $y_k(x)$, $k = 1, 2, \ldots$, vérifiant les équations (1) telle que $\lim_{k \to \infty} J(y_k) = \lambda_0$.*

En tenant compte des lemmes 2—4 on peut construire une autre suite de fonctions $\bar{y}_k(x)$ telle que $\lim_{k \to \infty} J(\bar{y}_k) = \lambda_0$ et d'ailleurs chaque courbe $y = \bar{y}_k(x)$ est formée d'un nombre fini d'arcs de courbes $y = z_i(x)$, dont les abscisses des extrémités sont données et les λ bornés. On peut extraire de cette suite des $\bar{y}_k(x)$ une autre suite qui converge vers une fonction $y_0(x)$ pour laquelle $J(y_0) = \lambda_0$. Il est facile à voir que $y_0(x)$ est une fonction caractéristique normée qui correspond à la valeur caractéristique λ_0.

Il suit du lemme 1 que λ_0 est la plus petite valeur caractéristique.

Théorème 2. *La fonction caractéristique $y_0(x)$ correspondant à la plus petite valeur caractéristique λ_0 ne s'annule pas à l'intérieur de l'intervalle (a, b).*

Théorème 3 (inverse). *La fonction caractéristique qui ne s'annule pas à l'intérieur de l'intervalle (a, b) correspond à la valeur caractéristique λ_0.*

Lemme 6. *Supposons que les limites a et b de l'intégrale $J(y) = \int_a^b F\,dx$ sont variables. La plus petite valeur caractéristique λ_0 devient une fonction de a et b: $\lambda_0 = \lambda_0(a, b)$.* Si a est fixe, $\lambda_0(a, b)$ est une fonction décroissante de b, si b est fixe, $\lambda_0(a, b)$ est une fonction croissante de a $[a < b]$.

Lemme 7. *Soit $a_0 < a < b < b_0$, il existe 4 constantes m_0, m_1, n_0, n_1, où $0 < m_0 < m_1$, telles que*

$$\frac{m_0}{(b-a)^{2k}} + n_0 \leqslant \lambda_0(a, b) \leqslant \frac{m_1}{(b-a)^{2k}} + n_1.$$

On déduit de ces lemmes comme dans le cas de l'équation de Sturm-Liouville le

Théorème 4 (Sturm). *Les zéros de deux solutions non triviales de l'équation*

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = \lambda y$$

se suivent alternativement.

Nous donnerons le nom d'équation de Jacobi à l'équation

$$F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0.$$

Deux zéros d'une solution non triviale de cette équation seront nommés des valeurs conjuguées.

Théorème 5 (Jacobi). *Pour que la fonctionnelle $J(y)$* (dans les conditions $y(a) = y(b) = 0$) *soit positive, c'est-à-dire, $J(y) > 0$ sauf le cas $y \equiv 0$, il est nécessaire et suffisant que l'intervalle (a, b) fermé à droite ne contienne aucune valeur conjuguée à a.*

Théorème 6. *Il existe une infinité dénombrable de valeurs caractéristiques*

$$\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$$

Théorème 7. *La fonction caractéristique $y_k(x)$ correspondant à la valeur caractéristique λ_k s'annule k fois à l'intérieur de l'intervalle (a, b)* (théorème sur l'oscillation).

Soit $a < c < b$; si $c \to a$, $\lambda_0(a, c) \to +\infty$, si $c \to b$, $\lambda_0(c, b) \to +\infty$ (lemme 7), c'est-à-dire $\lambda_0(a, c) - \lambda_0(c, b)$ a des signes différents dans le voisinage des extrémités de l'intervalle (a, b); il existe dans l'intervalle (a, b) une valeur c telle que $\lambda_0(a, c) = \lambda_0(c, b) = \lambda_1$; λ_1 est la valeur caractéristique qui suit immédiatement λ_0; la fonction correspondante $y_1(x)$ s'annule une fois. En répétant ces raisonnements, on peut construire toute la suite des λ_n et $y_n(x)$ et démontrer les théorèmes 6 et 7.

Théorème 8. *Il existe 4 constantes k_0, k_1, l_0, l_1, où $0 < k_0 < k_1$, telles que*

$$k_0 n^{2k} + l_0 < \lambda_n < k_1 n^{2k} + l_1.$$

Ce théorème résulte du théorème 7 et du lemme 7.

Théorème 9. *La différence entre deux zéros consécutifs de la fonction $y_n(x)$ est comprise pour chaque n entre*

$$\frac{d}{n} \text{ et } \frac{d_1}{n}$$

où d et d_1 sont deux constantes positives.

Théorème 10. *Le nombre des valeurs caractéristiques négatives λ_n coïncide avec le nombre des valeurs conjuguées a a et situées à l'intérieur de (a, b).*

Théorème 11. *Parmi les fonctions caractéristiques normées $y_n(x)$ il y a une infinité dénombrable de fonctions linéairement indépendantes.*

Ce théorème résulte de l'égalité

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b y_n(x)\, y_{n-k}(x)\, dx = 0,$$

valable quel que soit k.

Les valeurs caractéristiques λ_n peuvent être obtenues par une méthode topologique tout à fait pareille à celle faite pour l'homogénéité d'ordre 2 dans mon article publié dans le Bulletin: Izvestia de la Société Mathématique à Kharkow, No 36.

Manuscrit reçu
le 26. III. 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

MATHEMATIK

ÜBER RELATIVE STABILITÄT VON SUMMEM POSITIVER ZUFÄLLIGER GRÖSSEN

Von A. BOBROV

(Vorgelegt von S. N. Bernstein, Mitglied der Akademie, d. 31. III. 1937)

Für eine Folge $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ von gegenseitig unabhängigen positiven zufälligen Grössen bezeichnet man nach A. Khintchine die Summen $s_n = \sum_{k=1}^{n} x_k$ als relativ stabil, wenn bei geeignet gewählten positiven B_n und bei jedem $\varepsilon > 0$

$$P\left(\left|\frac{s_n}{B_n} - 1\right| > \varepsilon\right) \to 0 \qquad (n \to \infty)$$

gilt. Offenbar ist die relative Stabilität eine Verallgemeinerung des Gesetzes der grossen Zahlen.

A. Khintchine hat eine notwendige und hinreichende Bedingung für die relative Stabilität in dem Falle gefunden, wo alle zufällige Grössen x_k demselben Verteilungsgesetz unterliegen.

Es ist dem Verfasser gelungen zu zeigen, dass eine fast ebenso einfache notwendige und hinreichende Bedingung auch im allgemeinen Falle erhalten bleibt, wenn man nur eine ganz natürliche Zusatzforderung hinzufügt. Um diese Zusatzforderung zu formulieren, bezeichnen wir die Summanden x_k als relativ klein, wenn für jedes $\varepsilon > 0$

$$P\left(\frac{x_k}{B_n} > \varepsilon\right) \to 0 \qquad (n \to \infty)$$

gleichmässig in bezug auf $k \leqslant n$.

Ein analoger Begriff der relativen Kleinheit wurde von W. Feller eingeführt, welcher mit Recht behauptet, dass genau die Summen von relativ kleinen Summanden den sachgemässen Bereich asymptotischer Untersuchungen bilden (1). Es gibt nun den folgenden Satz:

Für die relative Stabilität der Summen s_n mit der Zusatzforderung der relativen Kleinheit der Summanden ist folgendes notwendig und hinreichend: es gibt eine

Folge positiver Zahlen C_n $(n = 1, 2, \ldots)$, so dass gleichzeitig

$$\sum_{k=1}^{n} \chi_k(C_k) \to 0, \quad \sum_{k=1}^{n} \bar{\chi}_k(C_k) \to \infty \qquad (n \to \infty)$$

gilt; dabei ist für $x > 0$

$$\chi_k(x) = 1 - F_k(x), \quad \bar{\chi}_k(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \chi_k(\alpha)\, d\alpha,$$

und $F_k(x)$—das Verteilungsgesetz von x_k.

Bezeichnet man mit $C_n(\delta)$ die kleinste Zahl, für welche

$$\sum_{k=1}^{n} \chi_k[C_n(\delta)] \leqslant \delta$$

gilt, so kann man die oben angeführten Bedingungen durch die folgenden ersetzen: für jedes $\delta > 0$ ist

$$\sum_{k=1}^{n} \bar{\chi}_k[C_n(\delta)] \to \infty \qquad (n \to \infty).$$

Mathematisches Institut
der Universität Moskau.

Eingegangen
d. 31. III. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] W. Feller, Mathem. ZS., **40**, 521—559 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

PHYSIK

ÜBER DIE BOSE-AMPLITUDEN IN DER NEUTRINOTHEORIE DES LICHTES

Von V. FOCK, korrespondierendem Mitglied der Akademie

1. Einleitung

In unserer Notiz über die Unmöglichkeit einer Neutrinotheorie des Lichtes (1) haben wir auf die folgenden zwei Umstände hingewiesen: 1) Widersprüche zwischen der Neutrinotheorie des Lichtes und dem Superpositionsprinzip und 2) die Unmöglichkeit einer Konstruktion der Boseschen quantisierten Amplituden aus den Fermischen. Unsere Kritik hat einige Erwiderungen (2,3) hervorgerufen. Die wichtige Frage über die Widersprüche mit dem Superpositionsprinzip wird dort nicht berührt. Der wesentliche Inhalt der genannten Erwiderungen ist mit dem Hinweis gleichbedeutend, dass man Operatoren mit den Jordanschen Vertauschungsrelationen konstruieren kann, wenn man ausser der Neutrinos noch die sog. Antineutrinos einführt (die letzteren werden als Diracsche «Löcher» in der Verteilung von Neutrinos mit negativer Energie gedacht). Diesen Hinweis müssen wir als völlig berechtigt anerkennen. Das Problem der Konstruktion der Boseschen Amplituden aus den Fermischen ist aber dadurch noch keineswegs gelöst; umsoweniger kann man von Überwindung der Schwierigkeiten sprechen, die der Neutrinotheorie anhaften. Es scheint uns daher zweckmässig, die hier berührten Fragen eingehender zu diskutieren.

2. Über die Grenzbedingungen für die Operatoren der zweiten Quantelung

Die Untersuchung von Systemen mit unbestimmter Teilchenzahl geschieht bekanntlich mit Hilfe der Methoden der zweiten Quantelung. Die Operatoren der zweiten Quantelung (wie auch sonstige Operatoren) können erst dann als eindeutig definiert betrachtet werden, wenn die Wellenfunktionen, auf welche sie einwirken, gewissen Grenzbedingungen unterworfen sind.

Zu diesen Grenzbedingungen gehört vor allem die Forderung der Endlichkeit der Gesamtzahl der physikalischen Teilchen. Diese Forderung bedeutet folgendes: die Wahrscheinlichkeit w dafür, dass mehr als N Teilchen vorhanden sind, soll für $N \to \infty$ gegen Null streben. Wir sprechen hier von physikalischen Teilchen, um auch die Diracsche Löchertheorie zu erfassen. In dieser Theorie werden bekannt-

lich die Teilchen mit negativer Energie als fiktiv (nicht physikalisch) betrachtet, während als physikalische, wirklich existierende, Teilchen die Löcher in der Verteilung der Teilchen mit negativer Energie (und ausserdem, selbstverständlich, Teilchen mit positiver Energie) betrachtet werden. In der Lochertheorie hat man daher N gleich der Anzahl der Löcher plus Anzahl «positiver» Teilchen zu setzen, während in der gewöhnlichen Theorie N gleich der Gesamtzahl der Teilchen zu setzen ist. Es ist klar, dass in den beiden Fällen die Bedingung: $w \to 0$ für $N \to \infty$, Verschiedenes ausdrückt, so dass auch die Vertauschungsrelationen in den beiden Fällen verschieden ausfallen können.

Wenn man für die physikalischen Teilchen den Konfigurationsraum einführt, so wird die genannte Grenzbedingung automatisch erfüllt. Vom Standpunkt der mathematischen Strenge ist daher die Darstellung der Operatoren der zweiten Quantelung im Konfigurationsraum am zweckmässigsten.

3. Vertauschungsrelationen für die Operatoren der Neutrinotheorie des Lichtes

In der Neutrinotheorie des Lichtes wird der Operator

$$L(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^+(\alpha)\gamma(\nu+\alpha)\,d\alpha \tag{1}$$

betrachtet, wo die $\gamma(\alpha)$ den Vertauschungsrelationen:

$$\left.\begin{aligned} \gamma(\nu)\gamma^-(\mu) + \gamma^-(\mu)\gamma(\nu) &= \delta(\mu-\nu), \\ \gamma(\nu)\gamma(\mu) + \gamma(\mu)\gamma(\nu) &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

genügen.

Wir verstehen unter $L(\nu)$ denjenigen Operator von der Form (1), welcher den Grenzbedingungen der gewöhnlichen Theorie (Endlichkeit der Anzahl der Neutrinos) entspricht. Für die Neutrinos kann man dann den Konfigurationsraum einführen. Die Darstellung der Operatoren von der Form: $\gamma(\nu)$, $\gamma^+(\nu)$ und $L(\nu)$, im Konfigurationsraum ist in unserer früheren Arbeit [4] eingehend untersucht worden. Aus den Eigenschaften dieser Darstellung folgt, wie in unserer Notiz [1] bereits erwähnt ist, dass $L(\nu)$ mit $L(\mu)$ und $L^+(\mu)$ für alle Werte von μ und ν vertauschbar ist. Im Falle einer endlichen Anzahl der Neutrinos haben wir also:

$$L(\nu)L^+(\mu) - L^+(\mu)L(\nu) = 0. \tag{3}$$

Wir betrachten jetzt die Grenzbedingungen, welche der Diracschen Lochertheorie entsprechen. Für den Operator (1) mit diesen Grenzbedingungen führen wir ein besonderes Zeichen $K(\nu)$ ein. Diesen neuen Operatoren wollen wir im Folgenden als Jordanschen Operatoren bezeichnen.

Da wir jetzt sowohl mit den Neutrinos, als auch mit den Neutrinolöchern (Antineutrinos) zu tun haben, können wir den in unserer Arbeit über Positronentheorie [5] entwickelten mathematischen Apparat benutzen. Wir führen statt $\gamma(\alpha)$ eine neue quantisierte Funktion $\varphi(\alpha, \varepsilon)$ ein. Das Argument α, das die Rolle einer Frequenz oder Energie spielt, soll alle positiven Werte annehmen, während $\varepsilon = \pm 1$ sein kann, wobei $\varepsilon = +1$ bedeutet, dass das betreffende Teilchen ein Neutrino und $\varepsilon = -1$ dass es ein Antineutrino ist. Wir setzen also ($\alpha > 0$):

$$\varphi(\alpha, 1) = \gamma(\alpha); \quad \varphi(\alpha, -1) = \gamma^+(-\alpha). \tag{4}$$

Die Vertauschungsregeln für $\varphi(\alpha, \varepsilon)$ lauten:

$$\left.\begin{aligned} \varphi(\alpha, \varepsilon)\,\varphi^+(\alpha', \varepsilon') + \varphi^+(\alpha', \varepsilon')\,\varphi(\alpha, \varepsilon) &= \delta_{\varepsilon\varepsilon'}\,\delta(\alpha - \alpha'), \\ \varphi(\alpha, \varepsilon)\,\varphi(\alpha', \varepsilon') + \varphi(\alpha', \varepsilon')\,\varphi(\alpha, \varepsilon) &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Drückt man nun im Integral (1) $\gamma(\alpha)$ durch $\varphi(\alpha, \varepsilon)$ aus, so bekommt man (wenn man die Faktorenfolge ändert und eine mit $\delta(\nu)$ multiplizierte unendlich grosse Konstante fortlässt) den Ausdruck:

$$K(\nu) = G(\nu) + U(\nu), \tag{6}$$

mit

$$G(\nu) = \int_0^\infty \varphi^+(\alpha, 1)\,\varphi(\alpha + \nu, 1)\,d\alpha - \int_0^\infty \varphi^+(\alpha, -1)\,\varphi(\alpha + \nu, -1)\,d\alpha, \tag{7}$$

$$U(\nu) = \int_0^\nu \varphi(\nu - \alpha, -1)\,\varphi(\alpha, 1)\,d\alpha. \tag{8}$$

Hier und im Folgenden wird die Grösse ν als positiv vorausgesetzt. Aus der bekannten ([4]) Darstellung von $\varphi(\alpha, \varepsilon)$ und $\varphi^+(\alpha, \varepsilon)$ im Konfigurationsraum kann man eine entsprechende Darstellung auch für $G(\nu)$ und $U(\nu)$ also für $K(\nu)$ ableiten. Die Rechnungen verlaufen ganz analog denjenigen, welche in unserer Arbeit ([5]) über Positronentheorie durchgeführt sind. Mit Hilfe dieser Darstellung lassen sich ganz streng die Vertauschungsregeln:

$$K(\nu)\,K^+(\mu) - K^+(\mu)\,K(\nu) = \mu\delta(\mu - \nu) \tag{9}$$

ableiten. Diese Regeln gelten also in der Löchertheorie (Neutrinos und Antineutrinos), während in der gewöhnlichen Theorie die Vertauschungsrelationen (3) gelten.

4. Bose-Amplituden und Jordansche Operatoren

Wir haben soeben gezeigt, dass es unter Einführung von Antineutrinos möglich ist, die den Jordan-Kronigschen Vertauschungsregeln (9) genügenden Operatoren, nämlich $K(\nu)$, zu konstruieren. Dadurch ist aber das Problem der Konstruktion der Boseschen Amplituden aus den Fermischen noch keineswegs gelöst.

Wir wollen etwas näher die Bedingungen betrachten, denen die Boseschen Amplituden einer Lichtwelle genügen müssen. Der Zustand eines Lichtquants wird bekanntlich durch die Angabe seines Wellenvektors und seines Polarisationszustandes charakterisiert. Die Gesamtheit der Variablen, welche diesen Freiheitsgraden eines Lichtquantes entsprechen, sei mit k bezeichnet. In der Quantenelektrodynamik wird das Lichtfeld durch eine Folge von Wellenfunktionen beschrieben, die von den auf verschiedene Lichtquanten bezüglichen Variablen k_1, k_2, ... abhängen und keine weiteren Variablen enthalten. Andererseits hängt auch die Bose-Amplitude von der Variablen k ab.

In der Bose-Amplitude treten somit alle diejenigen und nur diejenigen Freiheitsgrade auf, welche in den Wellenfunktionen repräsentiert sind.

Infolgedessen bilden die Bose-Amplituden $b(k)$ und die hierzu adjungierten Grössen $b^+(k)$ ein vollständiges System von Operatoren, in dem Sinne, dass jeder mit denselben vertauschbare Operator dem Einheitsoperator proportional sein muss, d. h. einfach eine c-Zahl ist.

In der Neutrinotheorie des Lichtes ist aber unmöglich ein vollständiges System von Bose-Amplituden zu konstruieren. Setzt man z. B., nach Jordan und Kronig, $b(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\nu}} K(\nu)$, so hängen diese Amplituden nur vom Parameter ν ab, während die Wellenfunktionen, auf welche sie einwirken, ausserdem noch von ε abhängen (es sei daran erinnert, dass $\varepsilon = +1$ einem Neutrino und $\varepsilon = -1$ einem Antineutrino entspricht). Daher können Operatoren existieren, welche mit allen $b(\nu)$ und $b^+(\nu)$ kommutieren, aber keine c-Zahlen sind. Ein solcher ist z. B. der Operator $K(0)$ für die Differenz der Anzahl der Neutrinos und der Antineutrinos.

Lässt man aber die Vollständigkeitsforderung für die Bose-Amplituden fallen, so stösst man auf Schwierigkeiten entgegengesetzter Art: es erweist sich, dass ein nichtvollständiges Amplitudensystem auf verschiedene Weisen konstruiert werden kann. Die zusätzliche Veränderliche ε bringt es mit sich, dass die Wahl eines Ausdrucks für $b(\nu)$ durch $K(\nu)$ nicht eindeutig ist; statt $\sqrt{\nu}\, b(\nu) = K(\nu)$ könnte man ebensogut etwa $\sqrt{\nu}\, b(\nu) = K(\nu) - K(0)$ setzen.

Die physikalische Ursache aller dieser Schwierigkeiten ist offenbar die folgende: Derjenige Freiheitsgrad, welcher der Verwandlung eines Teilchens aus einem Neutrino in ein Antineutrino entspricht, ist in der Natur gar nicht nachzuweisen.

In der Tat: worin besteht eigentlich der Unterschied zwischen einem Neutrino und einem Antineutrino? Das eine, sowie das andere Teilchen hat die Ladung Null; die Masse und der Spin werden ebenfalls als gleich vorausgesetzt. Die beiden Teilchenarten könnte man nicht voneinander unterscheiden, auch wenn man sie beobachten könnte (was bis jetzt nicht gelungen ist). Die Prinzipien der Quantenmechanik verlangen, dass physikalisch nicht unterscheidbare Objekte als identisch betrachtet werden. Wenn es nötig ist zwischen solchen Objekten einen formalen Unterschied einzuführen (man denke etwa an zwei Systeme, die sich durch Vertauschung zweier Elektronen unterscheiden), so darf dieser Unterschied keinen Einfluss auf die Werte der Wahrscheinlichkeiten und der Erwartungswerte haben. Nun wird aber in der Neutrinotheorie des Lichtes ein physikalisch nicht beobachtbarer Freiheitsgrad (Variable ε) eingeführt, so dass alle Grössen: Wellenfunktionen, Wahrscheinlichkeiten, Erwartungswerte, wesentlich von dieser Variablen abhängen. Auch in dieser Hinsicht scheint also die Neutrinotheorie des Lichtes die Grundprinzipien der quantenmechanischen Beschreibung zu verletzen.

Lebedewsches Physikalisches Institut.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 19. IV. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] V. Fock, C. R. Acad. Sci. URSS, IV (XIII), № 5 (109), 229 (1936). [2] E. Stueckelberg, Nature, **139**, 198 (1937). [3] Nagendra Nath, Nature, **139**, 331 (1937). [4] V. Fock, ZS. f. Phys., **75**, 622 (1932). [5] V. Fock, C. R. Acad. Sci. URSS, Nouv. Sér., № 6, 265 (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

PHYSICS

ON THE MECHANISM OF THE FORMATION OF ATOMIC AND COLLOIDAL CENTRES OF SILVER IN ALKALI-HALIDE PHOSPHOROUS

By A. TOPOREC

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 2. IV. 1937)

We have shown in a previous paper (1) that, if electrons penetrate into a crystal of an aklali-halide salt containing ionic silver, atomic centres of

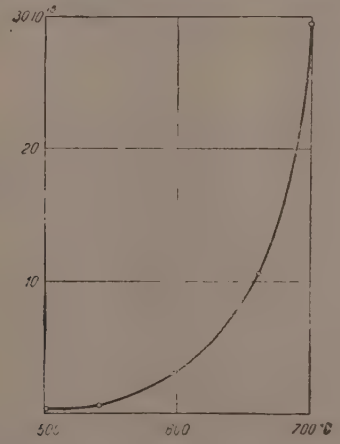


Fig. 1.

silver (*A*-centres) are formed, in addition to atomic centres of the alkaline metal (*F*). The *F*-centres are known to move in an electrical field, while *A*-centres, as we have observed, are not sensitive to a field.

1. The question is how the electrons are distributed between the lattice cations and the ions of silver at different temperatures. In order to ascertain this, we have measured the absorption of crystals containing centres of either kind, in the ultra-violet on a Hilger quartz spectrograph with a J. Lewis photometric device and in the visible part of the spectrum—with the König-Martens spectrophotometer. The number of either kind of centres was computed according to the dispersion formula from the values of the

maximum coefficient of absorption and the half-width of the absorption band. The table shows the experimental data. As may be seen from column 7, the number of Ag centres for the same concentration in the melt does not depend on the temperature at which the electrons penetrate into the crystal, while the number of *F*-centres depends on temperature exponentially (Fig. 1).

Table

Nos of crystals	Concentration in the melt	Temperature of experiment, °C	Voltage	Max. Absorption coefficient in cm^{-1}	Half-width of band in eV	Number of atomic centres	Remarks
1	2	3	4	5	6	7	
6	KBr+0.001 Mol %	550	120	5.98	0.45	$2.6 \cdot 10^{16}$	
7	» +0.001 »	640	50	5.98	0.44	$2.55 \cdot 10^{16}$	
10	» +0.001 »	720	40	5.3	0.48	$2.46 \cdot 10^{16}$	
12	» +0.002 »	500	115	9.9	0.40	$3.84 \cdot 10^{16}$	
13	» +0.002 »	720	40	6.9	0.50	$3.36 \cdot 10^{16}$	Scarcely noticable yellowness
14	» +0.002 »	600	50	9.2	0.39	$3.47 \cdot 10^{16}$	F-band is present
15	» +0.002 »	600	50	9.2	0.40	$3.60 \cdot 10^{16}$	F-band is absent
16	» +0.002 »	600	50	9.2	0.40	$3.60 \cdot 10^{16}$	Electrons were driven in and out 7 times

Such a difference seems to be due to the fact that all the silver ions present in the crystal are entirely neutralized by the electrons at low temperatures (500°C). This conclusion is supported by the following fact. The absorption band of the initial crystals begins near 250 mμ (NaCl, KCl, KBr), while after the formation of atomic centres therein a new band is formed near 300 mμ and the crystal becomes transparent towards the shorter wave-length.

Consequently, the electrons in a crystal are mainly trapped by Ag ions, and this means that the concentration of the silver atoms that are formed is determined not by the probability of the passage of the electrons but by the number of ions present in the crystal*.

For this reason, the electron cloud while penetrating into a crystal with an admixture of silver must show a decreasing concentration of electrons. If some *F*-centres are formed at one edge of the crystal and are then driven farther down into the crystal, it is then clearly to be seen that the cloud of *F*-centres becomes diffused, the crystal either becoming quite transparent in the visible part of the spectrum or else turning from blue (KBr) into yellow. In the first case, there occurs the passage of electrons from *F*-centres towards Ag ions, i. e. atoms of silver are formed having an absorption band in the ultra-violet; in the second case, a colloid of silver is simultaneously formed with the atoms. But, if the electrons enter the crystal continuously there is a decrease in the velocity of the diffusion of *F*-centres, and the greater the concentration of silver ions the lower the velocity. For instance, for

* The greater deposition of the electrons is due to the fact that the ionizing potential of silver is far greater than that of alkaline metals.

0.05 Mol% concentration of Ag in KCl the mobility of F-centres at 695°C is about seven times less than it is in a pure crystal.

This can be made clear by the following simple reasoning.

Let it be assumed that at a given temperature N electrons per second penetrate into the crystal. In a pure crystal they form $N'F$-centres and $N-N'$ U-centres. In a crystal with an admixture of silver, the number of F-centres is decreased by the number of Ag (N'') ions, the various results depending on how great this number is as compared with N. If $N''\ll N$, the velocity of the electron cloud decreases but slightly. But, if $N''\geqslant N$, the penetration of the electrons into the crystal is greatly retarded, more especially when $N''\gg N$.

In some crystals with a low concentration at low temperatures, the writer succeeded in obtaining only atomic centres of Ag without any F-centres. In this case, the number of electrons penetrating into the crystal was apparently either equal to the number of silver ions or less than the latter.

2. Formation of Silver Colloid. As stated above, colloidal silver particles may be formed apart from the atomic Ag centres if electrons penetrate into a crystal. Their absorption band lies in the violet zone of the spectrum (near 420 mμ) and, therefore, the colour of the crystal containing the Ag colloid is yellow. The formation of the colloid is not always possible. It has thus been ascertained that at 0.001 Mol% concentration of Ag in the melt, which corresponds to about $3\cdot10^{16}$ atoms per cm^3 (see the table) in the crystal, no colloid is formed, and consequently the concentration mentioned above may be regarded as a limiting one.

But even at greater concentrations (0.002 — 0.01 Mol%) the silver colloid formed does not take up the whole volume occupied by the electron cloud. A yellow edge appears, as a rule, at the boundary of the electron cloud, i. e., where the concentration of the electrons is the least, while only Ag atoms and F-centres are observed in the middle of the cloud. If, on the other hand, the F-centres are removed by the current and the crystal is then heated at a temperature of 650—700° C, the Ag atoms will aggregate throughout the whole volume. Hence it is evident that the presence of F-centres prevents the formation of colloidal particles of silver.

In the case of high concentrations of atomic silver centres, any further heating causes the crystal to assume a yellow-rose tinge. The absorption band of such a crystal has a complex structure (Fig. 2), the ultra-violet part of the spectrum being entirely absorbed.

All the above refers to KCl and KBr. In the crystals of NaCl and NaBr, it was impossible to obtain any atomic distribution of silver in a pure state, even at a 0.0022 Mol% concentration of Ag, a yellow colloid being formed immediately upon the penetration of the electrons. This may be due to the fact that, owing to a considerable difference in the radii of silver and sodium ions ($r_{Ag}=1.13$Å, $r_{Na}=0.98$Å) the crystal is strongly deformed, which of course facilitates coagulation.

Fig. 3 shows the absorption bands of KCl, KBr and NaCl crystals with an admixture of silver. As may be seen from this figure, in addition to the atomic (A) and the colloidal (K) bands, there is an intermediate band with a maximum near 360 mμ(A'). This band is not always present in the absorption spectrum of a coloured crystal and could not be obtained in a pure state. As we have succeeded in ascertaining, it may occur in a crystal containing atoms of silver and irradiated by A-band light or heated to moderately high temperatures (<300°C). In this case A-centres are converted into A'-centres, and this conversion may be regarded as an «excitation» (Erregung) similar

to that observable in pure crystals with an F-band. There are some reasons to believe that the A-band transforms into K-band not directly but through the A'-band.

A detailed examination of this question, which is of the utmost importance for the study of the mechanism of coagulation, will be the object of further investigations.

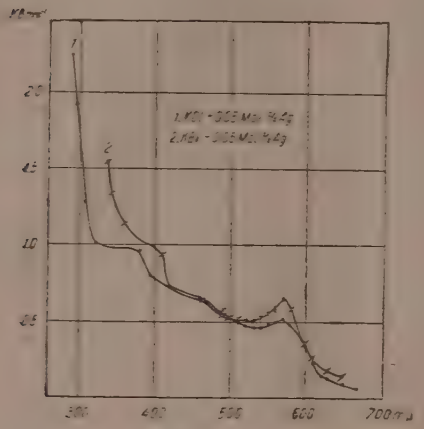


Fig. 2.

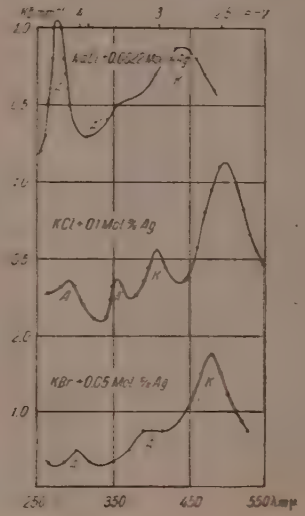


Fig. 3.

In conclusion the writer deems it his duty to express his gratitude to T. P. Kravetz and to M. V. Savostjanova for their valuable advice and the interest they have taken in his work.

** State Optical Institute.

Leningrad.

Received
2. IV. 1937.

REFERENCES

[1] A. Toporec, C. R. Acad. Sci. URSS, IV, 25 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

PHYSICAL CHEMISTRY

ON THE PROBLEM OF THE ELECTROPHORESIS OF LAMELLAE AT THE INTERFACE OF LIQUID PHASES

By L. I. BELAJEV

(Communicated by V. A. Kistiakovskij, Member of the Academy, 16. III. 1937)

The lamellar films formed at the interface of liquid phases may to a certain extent be regarded as an approximate model of the film covering the surface of metals. The development of certain aspects of Acad. V. A. Kistiakovskij's film theory involves the study of such films and film-like formations ([1–3]). Amongst the various properties of the latter, those that are of the greatest interest to us are their electrical properties, and, more particularly, the electrokinetic potential, since the latter is supposed to determine, to a considerable extent, the nature of the corrosive process in metals. In the literature ([4–18]), however, we find but scanty data on the electric, and, more particularly, electrokinetic nature and properties of films and such-like systems. On the suggestion of Acad. V. A. Kistiakovskij, we have therefore started the study of electrophoretic phenomena for lamellae and fine filaments, which are of great importance for the film theory of metal corrosion.

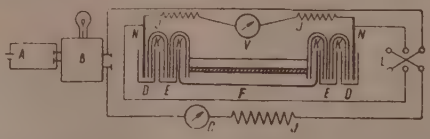
The investigations were made at the interface of phases, which is known to be the field of action of surface energy, the latter being dependent on the polar properties of the contiguous surfaces of the phases. We have studied the behaviour of lamellae in an externally applied electrical field at the liquid/liquid boundary. We were therefore prepared to face a considerable complexity of the phenomenon as well as experimental difficulties unknown in ordinary («three-dimensional») electrophoresis.

The films were obtained by pseudoextraction with isoamyl alcohol from a gold sol prepared by reducing a 0.004% solution of auric chloride with ethyl alcohol. A direct 5 mA, 400V electric current was obtained from a rectifier. Isoamyl alcohol was used as the non-aqueous phase above the film since it affords better facilities for the observation and measurement, being characterized by the absence of convection currents and vortices, which distort the phenomenon and hinder its observation in the case of benzene or ether. The set-up we used with agar «electrodes» is shown in the drawing.

In the case of metal electrodes (platinum, copper, mercury), the latter were immersed in the electrophoretic vessel, so that they pierced the film, while D, E and K were switched off. Soon after switching on the current, a very rapid evolution of gas (H_2) bubbles was observed, as well as a distinct shrinking of

the lamellar (gold) film away from the cathode; at the same time, the lamellae were attracted by the anode and were grouped round it as a solid two-dimensional formation. The velocity of motion of the individual lammellae was of the order of 10^{-2} cm/sec. and over. When the current was reversed, a motion in an opposite direction was set up. Electrophoresis was accompanied by some evolution of gas bubbles on the electrodes and the lamellae.

In order to avoid the evolution of gas bubbles, we applied «gel» electrodes (agar, gelatine, paper, ceramic tubes, etc.). On switching on the current, electrophoresis was usually a bilateral one: those lamellae that were nearest



A—the source of alternating current, *B* — rectifier, *C*— milliampermeter, *D*— copper cells, *E*—KCl-containing vessels, *N*—electrodes, *K*—agar siphons, *L*—switch, *J*—resistance, *V*—voltmeter, *F*—electrophoretic vessel (open-type vessels were used, 7 cm long, 3 cm wide, 1 cm deep).

the anode were found to move towards that pole, while those nearest the cathode moved towards the latter. The velocity of motion was of the order of 10^{-3} cm/sec. (or less). The changing of pole connections caused no change in the motion; at times, the phenomenon was still more complex. Thinking these complicated and hardly reproducible electrophoresis results to be due to the fine capillary structure of agar electrodes and the resulting electroendosmosis, we applied «liquid electrodes». The copper electrodes were removed from our set-up (as shown in the drawing), the agar siphons being replaced by siphons with water or a dilute solution of an electrolyte. But also in this case the phenomenon was as a rule a bilateral one, as described above. The velocity of motion of the lamellae was of the order of 10^{-4} cm/sec. (and more).

The velocity of electrophoresis varies inversely as the distance between the lamella and the electrode (Table 1).

Table 1

Velocity of Motion of Lamellae in an Electric Field

a) Towards the anode (150 V, 2mA)		b) Towards the cathode (300 V, 4mA)	
Distance of lamella from the anode	Velocity (cm/sec.)	Distance of lamella from the cathode	Velocity (cm/sec.)
2.0	$2.2 \cdot 10^{-2}$	1.0	$4.3 \cdot 10^{-3}$
2.5	$1.5 \cdot 10^{-2}$	2.0	$3.2 \cdot 10^{-3}$
3.5	$1.3 \cdot 10^{-2}$	4.5	$2.7 \cdot 10^{-3}$
4.5	$0.9 \cdot 10^{-2}$	5.0	$3.0 \cdot 10^{-3}$
5.5	$0.6 \cdot 10^{-2}$	8.0	$1.9 \cdot 10^{-3}$

The above data become clear, if it is taken into account that the electric force lines are more densely distributed in the vicinity of the electrodes, becoming more sparse as the distance from the electrodes increases. Every lamella would appear to be a flat semi-conductor, which becomes polarized at the interface under the influence of an externally applied constant electric field.

The edge of the lamella adjoining the nearer pole becomes oppositely charged and is therefore attracted by the latter. An influence may also be exerted by the motion of ions near the interface of liquid phases, owing to a simultaneous electrolysis of the water and of those admixtures of the electrolytes that are contained therein. This would seem also to be confirmed by the evolution of gas bubbles on the lamellae during electrophoresis and also by the fact that the gold lamella is as a rule attracted by the pole that is nearer to it; should a lamella be moved away from the electrode that had attracted it, it would again be attracted by it. The connection with electrolysis is also clearly to be seen from the aggregation of lamellae at the electrode and from the outward analogy of the two phenomena, since in both cases we have a motion of constituents towards both poles simultaneously.

The two working hypotheses set forth do not exclude each other; far rather they supplement each other. At any rate, account must be taken of a number of factors which complicate the phenomenon under consideration, the foremost amongst them being the forces of surface energy. The vastness of the total surface of the lamellae must result in absorption thereon (e. g., of ions of the same sign). Similarly, changes take place in the polar relations at the interface, more particularly, in wetting, which no doubt affects the progress of the phenomenon of electrophoresis here described.

The film that collects round the electrode is of a different texture and has other properties than the one formed previous to electrophoresis, the lamellae of that film having a greater size and a lower mobility in the electric field. The longer are the lamellae exposed to the action of the current, the less mobile do they become in the electric field, and the more do they aggregate near the electrode (Table 2).

Table 2

Influence of the Duration of Electric Current Action on the Motion of Gold Lamellae

Ordinal number of electrophoretic process (switched on current)	Duration of exposure of film to the action of current (minutes)	Mean velocity of electrophoresis (cm/sec.)	Direction of motion
1	1	$0.7 \cdot 10^{-2}$	Towards the cathode
2	60	$0.5 \cdot 10^{-4}$	» » »
3	120	$0.3 \cdot 10^{-4}$	» » anode
4	150	$0.2 \cdot 10^{-5}$	» » »
5	200	0	Lamellae motionless

An examination of the data shown in the table suggests a reversal of charge and a discharge of the lamellae in the process of electrophoresis, under the influence of the electric field and adsorption. It would appear that a partial discharge of the lamellae takes place at the electrode concerned, which causes them to aggregate, a process similar to the process of solidation described by Acad. V. A. Kistiakovskij [3]: their specific surface is reduced, and this reduces the adsorption of ions from the solution as well as their charge and velocity. This phenomenon is scarcely reproducible. On switching off the current, the lamellar film disaggregates into its constituent lamellae (evidently under the action of surface forces), while the switching on of the current causes a resumption of the electrophoretic motion of the lamellae, which also points to the enormous importance of adsorption in the process.

Very remarkable is the tremendous velocity of electrophoresis at the interface of liquid phases: it is considerably greater than either the velocity of ordinary («three-dimensional») electrophoresis in various sols or the absolute (true) velocities of ions, even of those endowed with the highest mobility, as H' or OH'. This is the more interesting as the film is a two-dimensional coagulate of the sol,with a ζ-potential approaching zero; no less remarkable is the fact that the size of the lamellae is incommensurably great as compared not only with the ions but also with the micellae. This may be due to the slight internal friction at the interface as well as to the great velocity of motion towards the electrodes of the gas bubbles electrolytically evolved.

The great mass of the lamellae is responsible for the phenomenon of mechanical inertia, viz., after the reversal of poles, the lamellae usually go on moving in the same direction; this may be due to a certain «induction period» lasting up to the moment when the lamellae get charged and the evolution of gases therefrom begins.

In addition to lamellar gold films, we have also investigated the electrophoresis of other films at the interface of liquid phases. We have found the laminar films (e. g. those of the ferric hydroxide sol) to be motionless as a rule in the electric field, while films of an intermediate type showed a motion similar to that of lamellar films (e. g. the Prussian blue film). The absence of electrophoresis in laminar films may be due to their great mass, their being hydrophilous, the fact that they cling firmly to the interface of the phases (more especially to the aqueous phase); it may also be due to their structural peculiarities which hinder motion mechanically. A powdered coal film behaved like the gold film, being attracted by the anode and repulsed by the cathode, while magnesium oxychloride films were repulsed both by the anode and the cathode (the reverse of the electrophoresis of the gold film with «agar electrodes»). In using a liquid film of a sodium oleate solution in isoamyl alcohol, we observed the expansion of such a film (or, to be more precise, of a thin liquid layer) towards the cathode, this expansion being a periodical one and apparently due to the electro-cappillary properties of films.

If an (aqueous soap solution)/(isoamyl alcohol+soap solution) system is sprinkled with coal powder, the switching on of the current will cause that part of the powder which lies at the interface of the liquid phases to move towards the anode, while that part of the powder which lies at the liquid/air interface will be attracted by the opposite pole. This phenomenon enables us to assume the existence of a «reversal of electrophoresis» under the influence of thin layers of surface-active substances at the interface of heteropolar phases.

The electrophoresis of water drops at the interface of liquid phases was observed in the following manner: a drop of water from a capillary was carefully lowered into a layer of isoamyl alcohol and remained lying at the water interface. As soon, however, as a direct electric current was switched on, a rapid motion towards the cathode set in.

We endeavoured to investigate the electrophoresis of lamellae also at the liquid/air interface. We used in the experiment a solution of auric chloride with lamellae on its surface; when the poles (400 V, 5 mA) were put into circuit, only a faint motion towards the anode could be observed. The absence of a non-aqueous liquid phase and the contact with air are thus seen to prevent electrophoresis. This is evidenced by the fact that, as soon as a small quantity of isoamyl alcohol is poured on to the liquid/gas interface, the gold lamellae regain the capacity for rapid motion in an electric field. This is in all proba-

bility due to differences of adsorption and polarization at the liquid/liquid and the liquid/gas interfaces.

In conclusion, I wish to place on record my profound gratitude to Acad. V. A. Kistiakovskij for his highly valuable advice, and also to thank I. V. Krotov for a number of interesting suggestions.

The Colloido-Electrochemical Institute.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
16. III. 1937.

REFERENCES

[1] В. А. Кистяковский, C. R. Acad. Sci. URSS, 419 (1930). [2] В. А. Кистяковский, Успехи химии, вып. 2, 237—249 (1933). [3] В. А. Кистяковский, Тр. 1-й Конференции по коррозии металлов, 9—17 (1935). [4] Adam u. Harding, Proc. Roy. Soc., **138**, 411 (1932). [5] А. В. Думанский и О. А. Думанский, ЖФХ, **5**, 673 (1934). [6] Shulman u. Hughes, Proc. Roy. Soc., **138**, 430 (1932). [7] Koll.-ZS, **61**, 2 (1932). [8] С. Г. Мокрушин, ЖФХ, **5** (and further) (1934). [9] Coehn, ZS. f. ph. Ch., **125**, 401 (1927). [10] Kenrick, ZS. f. ph. Ch., **19**, 625 (1896). [12] Pellat, Ann. d. Chem. et Phys., **24**, 5 (1881). [12] Brown, Phil. Magaz., **5**, 591 (1903). [13] De Broglie, C. R., **152**, 693 (1911). [14] Oberbeck, Ann. d. Physik, **31**, 337 (1887). [15] Debye, Phys. ZS., **13**, 97 (1912). [16] A. Marcelin, Solutions superficielles (1933). [17] Humphry, Koll.-ZS, **38**, 306 (1926); **41**, 293 (1927). [18] Buchner u. van Koyen, Koll.-ZS., **49**, 249 (1929).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

BIOLOGY

ANABIOSIS AND FISH TRANSPORT WITHOUT WATER

By P. J. SCHMIDT and G. P. PLATONOV

(Communicated by L. A. Orbeli, Member of the Academy, 29. III. 1937)

Investigations of the anabiosis of fishes, carried out in 1935—36 in the Leningrad Institute of Refrigeration on the initiative of the Chair of Refrigeration Technology, have shown that fishes, when frozen in water, always perish, but when frozen dry can later revive on being thawed, provided that only the outermost layer of their body is frozen and that the formation of ice crystals in their interior parts has not yet begun. When the inner parts of the body begin to freeze, and especially when complete freezing occurs, the fish can never be revived. It is, moreover, impossible to check the process of freezing of fishes at its first stages, when the surface layers alone are frozen; for at low temperatures of the surrounding air (from—10 to—15°C) the process continues to completion and the fish perishes. Our investigations(Schmidt, Platonov a. Person, 1936; Gudkov*, 1936) confirmed the resuelts obtained by former workers on fish anabiosis (Borodin, 1934; Kalabukhov, 1934; Kalabukhov a. Nikolsky, 1934) while introducing more precision into their data. At the same time our investigations showed that neither the freezing of fish in water nor its dry freezing is applicable for practical purposes of transport and cold-storage.

This induced us to start experiments of chilling fishes to 0°C. Our first observations of small crucian carps chilled in ice-water showed that near 0° they sets in a state of torpor and the gill-covers cease all respiratory movements, the fishes looking like dead. The fishes can remain in the water for hours in such a state and then revive on being transferred to warmer water. A prolonged stay in cold water, however, frequently kills the fishes. In subsequent experiments we therefore took the fish out of the water as soon as the torpor had set in and then placed it on ice in a moist atmosphere. We employed ordinary thermos-bottles for this purpose. We filled them with crushed ice, placed fishes therein, closed them tightly, and kept them at room-temperature or placed them in a cryostat with cryohydrates diving a melting temperature ranging from—3°.9 to—11°.1. At room temperature the ice in the thermos bottle held for two days and in the cryostat for up to 10 days. These

* Gudkov's paper is nothing but an abstract from our preliminary manuscript report to the Institute and from G. P. Platonov's unpublisthed theses. This abstract was made and published without our knowledge and contains many errors.

Table 1

Results of the Experimental Conservation of Fishes on Ice in Thermos Bottles

No	Date 1935/36	Kind of fish	Length in cm	Number of specimens	Duration of test		Results
					hours	minutes	
1/3	9—9 IX	Cr.	10	1	1	40	Revived in 20 seconds
2/4	9—10 IX	Cr.	10	1	21	—	Revived in 50 seconds
3/5	10—11 IX	Cr.	10	1	23	30	In water at + 14°C revived immediately
4/28	26—27 X	Cr.	6	1	44	—	In water at + 12°C revived immediately
5/30	28—31 X	Cr.	5	1	70	20	In water at + 12°C revived immediately
6/34	5—10 XI	Cr.	5.5	2	112	—	In water at + 6°C one crucian carp revived immediately, the other proved to be dead. The ice in the thermos bottle had almost completely thawed by the close of the test and the fishes were lying in water
7/48	15—19 XI	Cr.	5—4.5	2	92	30	In water at + 2° C one crucian carp revived immediately and the other only in 30 minutes
8/50	19—21 XI	Cr.	5	1	49	—	Second chilling after the first chilling during test No 7/48. The crucian carp revived, but was in a noticeable depressed state for some time
9/60	26 XI—3 XII	Cr.	8	1	168	—	Revived, no depression noticeable
10/61	26—28 XI	Cr.	16	2	48	—	Revived immediately, no depression
11/1	31—31 I	B.	6.5	2	1	—	In water at +8°C revived immediately
12/2	31 I—1 II	B.	6,5	2	16	30	At + 8°.5 C revived immediately. Second chilling after test No 11/1
13/3	2—5 II	B.	6, 6.5	2	51	—	At + 10°C revived immediately
14/13	8—10 II	B.	5.5, 6	2	50	—	At + 10°C revived
15/14	10—20 II	Cr.	5.5	2	240	—	At 4°C the crucian carp revived, but the bleak was found to be dead. The ice in the thermos bottle had more than half thawed by the close of the test and the fishes were partly lying in water. The crucian carp was under observation till 30.III, and showed no signs of depression
		B.	6				

Remark. Cr.=crucian carp., B.=bleak.

experiments showed the possibility of preserving small crucian carps and bleaks in a lifeless state for a period of up to 10 days with their subsequent revival on being transferred into warm water. Table 1 summarises the results of these experiments.

Most probably 10 days are not the limit for the preservation of vitality in fishes under the conditions described above, but owing to purely technical causes we could not preserve the ice for a longer period without thawing. And when the fish gets into the water produced by the thawing ice, its vital processes are resumed and it perishes from lack of oxygen.

For the purpose of determining in how far the life processes of fishes can be suspended by chilling as described, we made experiments of keeping the fish in a nitrogen atmosphere. In these tests the fish was placed in a thermos bottle filled to two thirds with ice prepared from distilled water; a current of pure nitrogen was then passed for 30 minutes through the thermos bottle which was then tightly corked and sealed with paraffin. 10—12 hours later nitrogen was again passed through the thermos bottle. Table 2 gives the results of these experiments.

Table 2

Results of the Experimental Conservation of Crucian Carp on Ice in Nitrogen Atmosphere

No	Date 1935	Length of fish in cm	Number of specimens	Duration of test in		Results
				hours	minutes	
1/21	15—16 X	6	1	20	—	In water at + 12°C revived in 15 minutes. Some depression noticeable
2/22	16—17 X	7	1	23	—	In water at + 12°C revived in 5 minutes
3/24	17—18 X	6.5	1	17	30	In water at + 12°C revived in 30 seconds
4/25	22—23 X	7	1	24	20	In water at + 12°C did not revive
5/27	25—27 X	7	1	49	30	Revived immediately
6/29	28—29 X	6	1	23	—	Revived immediately
7/32	31 X—2 XI	6	1	47	30	In water at + 12° C revived immediately
8/37	10—11 XI	5	1	23	30	In water at +12°C revived immediately

It is highly probable that also in this case 48 hours do not constitute the limit for conservation in nitrogen under the conditions described, but we did not succeed in preserving the ice for a longer time without thawing. The experiment shows, in any case, that life activity in fishes and their gas exchange are extremely depressed. A more detailed study of the physiological state of the fishes will be made by us subsequently.

The experimental conservation on ice of larger fishes was fraught with great difficulties owing to the impossibility under our laboratory conditions of maintaining constant temperatures close to 0°C for prolonged periods. We succeeded in setting up such conditions for fishes of 14—28 cm in length for periods of not over 24 hours, and only in test No 14/25 a crucian carp placed into an ice-block was maintained at 0°C for 70 hours 40 minutes. The results of these experiments are given in Table 3.

Table 3

The Results of Experiments with Large Fishes

No	Date 1935/36	Kind of fish	Length in cm	Duration of test		Experimental conditions	Results
				hours	min.		
1/62	26—27 XI	C.	26	19	30	On surface of ice, with preliminary chilling in water	In water at +9°C revived, considerably depressed at first
2/62	26—27 XI	Cr.	14	22	—	In ice with preliminary chilling	Did not revive, considerably deformed by the ice
3/4	3—4 II	C.	19	27	30	In snow	Did not revive
4/5	3—4 II	C.	19.7	27	45	In snow	Did not revive
5/7	4—5 II	C.	24	17	—	On surface of snow, with preliminary chilling	In water at +12°C after 2 min. the gill covers began to move, but 2 h. 30 m. later the fish died
6/15	10—11 II	Cr.	15.5	23	30	On a wood grating with preliminary chilling	In water at +10°C revived immediately
7/16	10—11 II	C.	25	23	—	On a wood grating with preliminary chilling	Did not revive
8/17	13—13 II	C.	23	2	—	In snow	Revived immediately
9/18	14—15 II	C.	23	17	10	Between two gratings with snow, with preliminary chilling	In water at +9°C revived; after 2 min. first movement of gill covers. 1 hour later it was swimming
10/19	14—15 II	C.	22	17	20	Between two gratings with snow, with preliminary chilling	In water at +9°C revived immediately
11/22	15—16 II	C.	22	23	10	Between two gratings with snow, with preliminary chilling	In water at +8°C revived; after 15 min. first signs of life. Second chilling after first chilling in test No 10

Table 3 (Continued)

No	Date 1935/36	nd of fish	Length in cm	Duration of test		Experimental conditions	Results
				hours	min.		
12/23	15—16 II	Cr.	15.5	22	40	Between two gratings with snow, with preliminary chilling	In water at +8°C revived immediately. Second chilling after first chilling in test No 6
13/24	16—17 II	C.	28.5	21	55	In snow	Did not revive
14/25	16—19 II	Cr.	15.5	70	40	In an ice block	Revived immediately. The crucian carp that had already undergone chilling in tests No 6 and No 2
15/26	23—26 II	C.	26	42	30	Between gratings, with preliminary chilling	Did not revive. By the end of tests the air above the fish was + 3°C
16/29	25—26 II	C. Cr.	25 7	17	—	In snow, in a tightly closed pail	The crucian carp revived, but not the carp; the snow had more than half thawed by the close of the test
17/30	27—28 II	C.	25	18	—	In an ice-block, without preliminary chilling; out of water at +6°C	In water at +10°C revived. After 2 min. first movements of gill covers, in 15 min. it was swimming

Remark: C.=carp; Cr.=crucian carp.

These experiments show that large fishes (as carps and crucian carps) can also preserve their vitality for a period of 24 hours and more.

On the basis of above experimental results we made two experiments of transporting chilled fish on ice. In September 1936, G. P. Platonov carried out at the Oranjereini fisheries near Astrakhan a series of preliminaryexperiments with sturgeons, which showed that large sturgeons, from 75 to 90 cm in length, chilled to 0°C in ice-water for two hours fell into a torpor with cessation of respiratory movements. When packed in such a state on ice in a tightly closed insulated box, they can be kept for 24 hours and then revive on being transferred into water at +15°C. On 28 September 1936, 5 sturgeons taken out of a floating fish-tank were placed in two tubs filled with water of + 16°.5 C; by adding ice the temperature of the water was lowered to

0°C in 45 minutes and the fishes after a certain period of restlessness quieted down and fell into a torpor. Two hours after the beginning of the experiment the sturgeons were taken out of the tubs and placed on ice in insulated boxes, which were then transferred to the hold of a refrigerator-barge with the air temperature +4 — 6°C. Next day the refrigerator-barge arrived at Astrakhan where the boxes were opened 24 hours 50 minutes after the packing of the sturgeons. The fishes were motionless and looked dead, but on being placed in water of +17°C four of the sturgeons revived after 15 min., but the fifth never came to life.

In the beginning of November 1936, a second experiment was made, this time with sterlets. On november 3, after a series of preliminary tests at Saratov with encouraging results, G. P. Platonov packed in an insulated case 22 sterlets and 1 carp that were previously chilled to 0°C in ice-water. On Nov. 4 he left Saratov for Moscow by plane but, owing to an accident and unfavourable air conditions, the plane instead of reaching Moscow in 5 hours, as scheduled, arrived only the next day, after the fish had remained on ice for 42 hours 40 minutes. When the case was opened it was found that almost all the ice had thawed and that the lower half of the case was filled with water in which there was a layer of fishes, while in the upper half the fishes were laying on the grating covered with hay. Nevertheless, on placing the 11 sterlets and 1 carp from the upper layer of fishes in an aquarium, 5 of the sterlets and the carp revived, and 3 of them lived in the aquarium (without running water) for 5 days when they perished from pollution of the water. Only two fishes of the lower layer showed feeble signs of life, but did not revive. All the others were found to be dead. It appears that they had revived during the journey in the water from the thawed ice and had died from asphyxation.

These experiments have proved the possibility of transporting chilled fish without water. We now intend to work on the elaboration of the technique of such transport and to determine the length of time that fish can remain in such a state of anabiosis.

Received
29. III. 1937.

REFERENCES

[1] N. A. Borodin, Zool. Jahrbüch., Abt. allgem. Zool., 53, 313—342 (1934). [2] В. Д. Гудков, Холодил. дело, № 5, 31—35 (1936). [3] N. J. Kalabukhov, C. R. Acad. Sci. URSS, № 7, p. 8 (1934). [4] Н. И. Калабухов и Г. В. Никольский, Рыбн. хозяйство, № 2, 24—26 (1934). [5] P. J. Schmidt, G. P. Platonov a. S. A. Person, C. R. Acad. Sci. URSS, № 6 (101), 305—308 (1936).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

GENETICS

A TETRAPLOID FORM OF *OCIMUM CANUM* SIMS. EXPERIMENTALLY PRODUCED

By J. N. GOLUBINSKIJ

(Communicated by N. I. Vavilov, Member of the Academy, 4. IV. 1937)

Experiments on polyploidy in *Ocimum canum* were begun by the writer at the Ukrainian Scientific-Research Institute of Medicinal Plants (Lubny) and continued at the Hop-Growing Station (Zhitomir). The methods and results of our experiments on obtaining adventitious shoots have been set forth in detail in a previous paper (²), and we shall not discuss them here.

In order to gain an insight into the formation of polyploid cells in callus tissues, cytological analyses were made both of root-tips from rooted adventitious shoots and of calluses formed on cuts. Of the 97 adventitious shoots, obtained in 1935 root-tips of only 7 were examined cytologically, since the other adventitious shoots perished from an early and unexpected frost before they were removed for planting.

The cytological analysis of sections from calluses showed the presence of a great many tetraploid and triploid nuclei, as well as normal diploid nuclei. There were revealed a considerable number of irregularities at mitosis (lagging of chromosomes on the spindle, chromosomes left lying outside the spindle, etc.)*.

The cytological analysis of root-tips from adventitious shoots gave the following results: Of the seven adventitious shoots whose root-tips were examined, there were two in which irregularities were revealed as regards chromosome number. In the root-tips of one of these shoots most of the cells and tissues were normal diploid, only a few cells and sections of tissue being tetraploid, while all the cells in both the investigated root-tips of the other shoot were tetraploid, indicating that this shoot was entirely tetraploid**.

We then gave particular attention to the tetraploid shoot, in order to provide it with favorable conditions for living through the winter. In this we succeeded, but with considerable difficulty, the shoot living through in a very weakened condition until spring, when it began gradually to regain vigour. However, it did not have a normally healthy appearance.

---

* Our cytological investigations of calluses formed on the cut ends of severed shoots, conducted in connection with experiments on polyploidy in *Ocimum canum*, *Humulus Lupulus*, and other plants, are still in progress.

** Both the present experiment and our experiments with *Humulus Lupulus* (Golubinsky, 1937) fully confirm the statement of Krenke (³), as to the comparative ease with which tetraploid cells may be distinguished by their size.

In the spring of 1936 root-tips from this shoot were again subjected to cytological analysis, and, as in the preceding year, all proved to be tetraploid.

It is not yet possible to get a complete morphological picture of tetraploid *Ocimum canum*, since the single specimen obtained did not fully recover after the difficult time it had living through the winter, but, nevertheless, there is no doubt that it differs morphologically from diploid plants.

The first trait, by which this tetraploid plant could readily be distinguished from its diploid relatives, was the marked pubescence of the leaves and young shoots. The dense covering of long hairs on the leaves gave the entire plant an ashy-gray hue. Although the degree of pubescence in *Ocimum canum* varies to a considerable extent, we never observed such marked pubescence. As regards shape of leaf blade, no special differences were noted, except that the serrations were somewhat finer and more closely set together.

A second distinctive trait of the tetraploid plant was the «unbearably strong» smell of camphor from the leaves and young shoots, which was not noticeable in the initial mother plant. Such a strong smell we have never encountered in any other plant of *Ocimum canum*. This gives grounds for hopes for a considerable increase in the percentage of camphor in tetraploid *Ocimum canum* plants.

The fact that the tetraploid form is characterized both by denser pubescence and higher camphor content, confirmed by analogous observations of other investigators ([4], [5]), refutes the mechanistic view of some authors that tetraploid plants can differ from diploids only in greater vigour of growth and not in qualitative characters. However, many authors still persist in this viewpoint (cf. Aleshin, 1936, pp. 71—87).

It is difficult to judge as to vigour of growth by the single specimen we have so far obtained. Presumably, however, there will be no marked differences in this respect. It has been definitely noted that the leaves on the shoots are closer together (the length of the internodes is shorter) in the tetraploid form.

In the latter half of the summer the tetraploid bush began to blossom. The flowers were few in number (only on three shoots), and did not differ particularly from flowers of diploid plants. However, all flowers proved to be sterile, and not a single seed was obtained.

Hop-Growing Station.
Zhitomir, Ukraine.

Received
4. IV. 1937.

REFERENCES

[1] Е. И. Алешин, Селекция плодовых растений, Сельхозгиз, 1—24 (1936). [2] И. Н. Голубинский, Ботанический журнал СССР, № 5 (1936). [3] Н. П., Кренке, Сборник «Феногенетическая изменчивость», II, 173—222 (1933). [4] С. А. Щавинская, Тр. по прикладн. бот., ген. и сел., серия II, № 7 (1936). [5] E. W. Sansome a. S. S. Zilva, Biochem. Journ., XXVII, № 6, Cambridge (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

PLANT PHYSIOLOGY

REACTION OF REVERSIBILITY IN *PERILLA OCYMOIDES* L. UNDER NATURAL CONDITIONS

By D. J. VAKULIN

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 22. III. 1937)

V. V. Botvinovskij, during his investigations in 1932 and 1933 (1) in Zhitomir of the effect of alternating length of day and night on the growth and development of the perilla, observed the reaction of reversibility in the plant. He states this in the following words: «...at the close of the flowering stage, namely on July 31 an interesting phenomenon was observed: in 60 per cent of the specimens of this series (and in some cases in the whole 100 per cent. *D. V.*) the stem ending in the apical inflorescence again renewed its growth, so that the apical inflorescence put forth a new shoot with large leaves, which, on August 11, started forming a new inflorescence». And further he continues: «Following academician V. N. Liubimenko's terminology, we can call this phenomenon the reaction of reversibility».

This phenomenon was observed exclusively in the plants which had been subjected to a 10-hour day for two weeks at the beginning of their growth. In the other series of the experiment with the perilla, in which the same 10-hour day as in the control (plant under the usual, natural length of day) was administered, but at a later stage of growth, no such phenomenon was observed.

The same phenomenon was observed in the perilla by E. D. Buslova and V. N. Liubimenko (2) in 1935 and 1936 in Kiev, and also under conditions of a shortened day.

In connection with the above, our observations made in Odessa in 1936 also present some interest, for we noted the occurrence of the reaction of reversibility in the perilla under natural conditions, no recourse being made to any artificial shortening of the day. This phenomenon occured in the perilla under natural conditions in the following circumstances.

In 1936, we collected a considerable quantity of seed-samples of the perilla from various scientific institutions and industrial organizations of the USSR, and also from abroad. We planted these seeds under the conditions of the Odessa Botanical Gardens. All the samples were sown on the same date, viz. April 7, 1936.

The summer of 1936 was exceptionally dry and hot: nevertheless, experimental cultivation of the perilla was conducted without watering. The fol-

lowing data of the Odessa Geophysical Observatory characterize the summer in question.

Air Temperature (°C) and Precipitation (mm), 1936

	Mean	Maximum	Minimum	Precipitation
February	—1.0	0.7	—3.0	31.2
March	4.4	7.6	1,8	5.8
April	9.0	12.4	6.1	39.7
May	15.9	19.6	12.6	0.7
June	20.0	23.9	16.1	28.0
July	26.6	30.8	22.1	9.9
August	22.0	26.6	17.9	9.4

Soil Temperature, 1936 (°C)

	May	June	July	August
On the surface of the ground	16.6	24.4	23.1	40.1
At a depth of 0.4 metres	15.1	23.8	19.2	25.0

The highest air temperatures were recorded on July 28 (36°.6) and August 5 (32°.6).

Observations of the individual phases of growth of the perilla grown from different samples showed the presence of 2 markedly distinct groups: 1) the early-ripening group and 2) the late-ripening group.

The plants of the 1st group began flowering in the second half of June, while the first ripening occurred in the second half of July or in the beginning of August. The plants of the 2nd group began flowering in August-September and ripening in September-October. The plants grown from some of the samples of this group did not ripen, and some did not even flower.

The period of time from sprouting to the beginning of flowering ranged in the specimens of the first group from 51 to 54 days, while the period from sprouting to the beginning of ripening ranged from 79 to 105 days. In plants of the 2nd group, the period from sprouting to the beginning of flowering was from 80 to 143 days (no account being taken of the specimens which did not flower), while the period from sprouting to the beginning of ripening was 140—158 days (no account being taken of the plants which had not ripened by October 1). Furthermore, these two groups differed also in other characters, viz. the average height of the 1st group was 25—30 cm, while that of the 2nd was 45—75 cm.

The difference between the 1st and the 2nd groups is thus sufficiently marked. Only 5 seed-samples (two from Dnepropetrovsk, one from Zhitomir, one from Krasnodar and one from Alma-Ata) belonged to the 1st group. The majority of the others belonged to the 2nd group [10 samples from the All-Union Institute of Plant Industry (Far East); the rest, from Kiev, Odessa Heidelberg, etc.].

While observing the flowering of the diferent samples, we noteb in some of them the so-called reaction of reversibility under conditions of the natural length of day at Odessa. As far as we know, this has not yet been recorded in the literature. It is noteworthy that this phenomenon was observed on plants of the 1st group only (from all the five early-ripening seed-samples). In the late-ripening forms (the 2nd group) the phenomenon in question was not so pronounced (see below for details).

The reaction of revorsibility was manifested in the above plants as follows: these plants flowered twice, and both times vigorously. Between the

first and second flowering there was a period of vegetative growth attended with the formation of ordinary leaves on the stem. The first flowering of the early plants occurred on June 15—21; about a month later, on July 9—12, the apices of the inflorescences started lengthening out, and more or less large leaves developed on them. After a time, at the end of July or the beginning of August, a second flowering started. As regards the second group (late-ripening forms), there was observed a fairly remarkable picture. Some of the plants of various late-ripening samples (but not of all the samples) displayed a peculiar phenomenon which slightly resembled flowering. If it might be regarded as flowering, then it would be the first in time; but this flowering was so strange, so differing from the ordinary one (which occurred later) that only by means of a careful observation one could identify it as such. E. D. Buslova and V. N. Liubimenko (2) also mention such an abnormal flowering in their last paper. This abnormal flowering consisted in the formation of solitary, very small, white or slightly cream-coloured flowers in the axils of the leaves, instead of the normal spike. The second flowering (if the one described above be considered the first) of the late forms was quite normal. It should be noted that this peculiarity (formation of solitary axillary flowers) was displayed by only a small part of the specimens of the late-ripening samples. It was not a mass phenomenon even in those samples in which it did occur. It was observed only on some of the specimens, somewhat differing morphologically from all the other plant specimens. We are even inclined to think that this may be a separate variety of the perilla.

These peculiar plants are distinguished by the following characters. Their leaves are darker in colour, and the surface of the leaf is slightly undulating. The internodes at the apices of the stems and branches are so contracted that the leaves appear as if lying on each other. This denseness of the leaves at the apices produces the impression of a dense rosette, where the leaves lie close to each other.

We shall for the present discuss the flowering of the early-ripening forms only.

What is the cause of this very interesting and apparently rare phenomenon, viz. the reaction of reversibility under natural conditions.

It seems to us that this phenomenon is caused by a whole complex of active natural factors. An important part belongs to illumination—a definite ratio between day and night, a definite intensity of illumination and the rise in temperature associated with it, then humidity, etc.

George Klebs (3) has pointed out that, by means of varying the light intensity, as well as temperature and humidity, it is possible under artificial conditions of a hot-house to shift the dates of flowering of some plants, and also to convert inflorescences that priorly bore abundant flowers into leaf shoots. As I have already noted, the role of illumination has been lately pointed out by Botvinovskij and also by Buslova and Lubimenko. The last two authors have established that the causative factor producing a hastening of flowering in short-day plants is illumination of high intensity associated with high temperature. Illumination of a law intensity produced the contrary effect, stimulating vegetative growth and retarding flowering. Therefore, a definite combination of environmental factors may produce a difinite metamorphosis. But, under natural conditions, such a coincidence of the necessary conditions seems to occur but very seldom.

We shall now try to explain this phenomenon as observed by us in *Perilla ocymoides* L. under natural conditions in Odessa on the basis of the above stated and certain other conceptions.

In the first place, we deemed it necessary to analyse, as far as possible, the data of the Odessa Geophysical Observatory on temperature, duration of sunlight, and, partly, precipitation, during the flowering period of the perilla. The analysis of these materials justifies us, to a certain extent, in believing that there really exists a certain correlation between the meteorological data for this period and the behaviour of the perilla.

When the first flowering of the early forms was coming to an end and the apical inflorescence resumed vegetative growth, there actually occurred a certain fall in temperature, though not a considerable one (viz. 1.5—2°.0). A more important factor seems to have been the duration of sunlight during the flowering stage (towards its close); on some days, the duration of sunlight decreased 2—2.5 times (from 10—13 to 5 hours a day). We must also take into consideration the fact that, prior to this, in the second half of June, precipitation was relatively high as compared with the other months (May, 0.7 mm; June, 28.0 mm; July, 9.9 mm).

It is to be believed that all this together (a certain fall in temperature, a decrease in the intensity of illumination, an increase in humidity, etc.) lead to the formation of vegetative organs out of the apical inflorescence. It seems that the embryonic tissue of the growing points in the perilla had not yet passed into an irreversibile state and still retained its power of forming vegetative organs.

Somewhat later (end of July—beginning of August), this newly-formed shoot, as has been stated above, resumed flowering. The cause of this seems to be also a change in environmental conditions. As a matter of fact, towards the end of July, the temperature continued to rise and attained 30°C; the maximum temperatures, viz. 36°.6 (28. VII) and 32°.6 (5. VIII), also occurred during this period. The precipitation was very insignificant. The duration of sunlight was sufficiently great (12—13 hours a day).

We are inclined to believe that such a combination of natural factors could lead to a second flowering. Moreover, this appears to agree with the statements made by Buslova and Lubimenko.

Artificial shortening of the day is, therefore, not the only factor causing the phenomenon discussed by us. This phenomenon can also occur in nature, under a favourable combination of environmental conditions, and especially in such labile plants as the perilla.

Botanical Gardens.
Odessa State University.

Received
22. III. 1937.

REFERENCES

[1] В. Ботвиновский, Бот. жур. СССР, № 1 (1934). [2] E. Buslova et V. Lubimenko, C. R. Acad. Sci. URSS, XIV, № 3 (1937). [3] Г. Клебс, Произвольное изменение растительных форм, пер. К. Тимирязева (1905).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

PLANT PHYSIOLOGY

IRON IN THE NUTRITION OF HIGHER PLANTS

By T. T. DEMIDENKO

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 26. III. 1937)

Iron belongs to those substances which plants absorb from nutrient solutions in very small amounts. Nevertheless, iron, whose content is very low in many soils, plays an exceptionally important part in the life of plants during photosynthesis. When there is no iron in the nutrient solution the growth of plants is very feeble; they turn yellowish, then white; soon they wither and at last perish. If chlorotic plants are supplied with iron, they rapidly assume green colouring and a healthy aspect. In this paper we shall touch on a number of questions concerning the feeding of iron to plants.

As the significance of iron in the life of plants is very great and as the periods of its absorption by the plant have not yet been fully elucidated, we have attempted to study the dynamics of this element in sunflower and in oats during their growth. Although in iron-free solutions both sunflower and oats begin to turn yellow simultaneously, there is a marked difference between them: oats support an iron-famine, even a prolonged one, better than sunflower.

The Nemerchansk oats and the Gigant sunflower were selected for these experiments. They were cultivated on Knop's mixture in 5-litre vessels. Table 1 shows the results of the experiments.

The plants were cultivated at pH 5.0—6.0 during the whole period of vegetation. The iron was supplied them as $FeCl_3$ in a solution of 30 mg per litre. The plants developed very well so long as iron was present in the nutrient solution, but after their transfer, when young, to an incomplete nutrient mixture they turned yellow, suffered and at last perished. The sunflower perished particularly quickly: the root-system rotted and then fell away, the leaves and the apical bud curled up and were shed by the plant, and after a time the entire plant perished. The oats suffered very long without iron and continued to develop a little, the root-system remaining quite healthy and showing no signs of disease. The sunflowers and oats were grown to complete ripeness.

The data of the yields show the following:

1. Oats and sunflower assimilate the bulk of iron they need before flowering.

2. Both these plants give a lower yield than the controls if the supply of iron is cut off before that time.

Table 1

The Effect of the Duration of Iron Nutrition on the Yield of Oats and Sunflower

Serial number of vessel	Experimental scheme	Sunflower			Oats		
		Yield		Iron absorbed per gram of dry weight	Yield		Iron absorbed per gram of dry weight
		in grams	in percentages		in grams	in percentages	
1—4	Plants were supplied with iron during 3 weeks	6.42	8.70	2.9	3.84	20.44	2.02
5—8	4 weeks	11.35	15.39	7.6	6.48	34.49	2.57
9—12	5 weeks	20.76	28.14	12.7	11.88	63.22	3.22
13—16	6 weeks	29.52	40.02	18.39	14.47	77.01	4.84
17—20	7 weeks	42.48	57.59	25.43	18.45	98.19	4.96
21—24	8 weeks	54.39	73.87	27.44	18.58	98.88	5.01
25—28	9 weeks	65.13	91.01	29.35	18.79	100.00	5.21
29—32	10 weeks	73.76	100.0	32.38	18.51	98.51	5.21
33—36	12 weeks	71.80	97.34	32.76	18.03	95.95	5.34
37—40	16 weeks	73.12	99.13	33.41	—	—	—
41—44	18 weeks	73.32	99.40	31.56	—	—	—

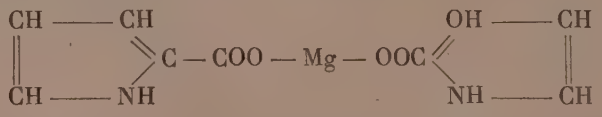
3. Although the intake of iron continues after flowering, very little or no use is made of it by the plant in the synthesis of dry matter.

4. The sunflower absorbs more iron per gram of dry matter than oats.

5. Maximum assimilation of iron coincides with intense accumulation of dry matter and with the formation of an assimilating surface.

It has been known for a long time that iron is indispensable to absolutely all the higher and lower plants and that not a single one of them can develop quite normally without it. Some investigators ([1–7]) have recently carried out experiments, attended with a certain success, of substituting Mn and Ni for iron in plant organisms.

Without discussing in detail our experiments with Indian corn and oats grown in water cultures, we shall only note that all our attempts to substitute Zn, Mn, Al, Ni, Cd and Zr for iron were unsuccessful. Not a single one of these elements, introduced into Knop's nutrient mixture, could cause chloratic leaves to turn green. Some time ago there appeared the interesting paper by Oddo and Polacci ([8,9]) in which these writers showed that iron is indispensable to plants for the formation of an intermediate compound of the Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid



which enters into the composition of the complex chlorophyll molecule ([10,11]).

The results obtained were so unexpected that they needed checking. Deuber's experiments ([12]) showed that the Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid cannot functionally replace iron in plants.

These experiments appeared worthy of attention for we believed that Deuber's failure was due to the Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid having

been administered in excessive doses (from 100 to 300 mg per litre). If Oddo and Polacci's experiments were confirmed, it would then be possible to grow green healthy plants in water cultures with a neutral alkaline reaction, introducing Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid into the solution instead of iron.

For the purpose of determining the effect of increasing doses of this salt on the growth and yield of Indian corn, we carried out a series of experiments under sterile conditions, cultivating the plants on the Knop's mixture in threelitre vessels. The results are shown in Table 2.

Table 2

Effect of Mg-Salt of α-Pyrrole-Carboxylic Acid on the Growth and Yield of Indian Corn

Serial number of vessel	Experimental scheme	Yield in grams		
		Stems	Roots	Total
1—2	Knop's nutrient mixture	15.48	2.96	18.44
3—4	» » » without iron . . .	2.32	0.34	2.66
5—6	» » » +iron albuminate .	13.18	2.26	15.44
7—8	» » » +iron saccharate .	12.87	2.11	14.98
9—10	» » » +10 mg $FeCl_3$ and 10 mg Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid	10.36	1.86	12.22
11—12	Knop's mixture+5 mg Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid	2.08	0.40	2.48
13—14	Knop's mixture+15 mg-Mg.salt of α-pyrrole-carboxylic acid	1.14	0.53	1.67

The controls developed quite normally, were green and showed a fairly high yield. The iron-free plants, after using up the iron stored in the seeds, turned yellow and stopped growing. The Indian corn, to which increasing doses of the Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid were administered, showed as poor a growth as in iron-free vessels, whatever the dose of the salt administered. The plants suffered from typical chlorosis. It appears that this salt either was not absorbed by the plant, or could not reach the foliage, being assimilated by the roots or stem, or, lastly, it lacked in general the power of causing the development of green colouring.

By injecting or rubbing-in iron into chlorotic leaves, we succeeded in causing them to turn green. But, whenever we applied a similar method of supplying the plant with the Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid, we always met with failure. The plants remained yellow and did not turn green.

This experiment allows the following conclusions to be made:

1) The Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid cannot functionally replace iron. 2) The introduction of a solution of this salt into the roots, stem, or leaves of the plant does not cause chlorotic leaves to turn green. 3) In solutions containing both this salt and iron, plants grow quite normally, without any sign of depression. 4) Iron, when introduced subepidermally into vascular bundle, either alone or together with the Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid, causes chlorotic leaves to turn green.

When cultivating plants in water cultures with neutral or alkaline reactions, it is very difficult to avoid chlorosis owing to the precipitation of the iron. For the purpose of retaining this element in solution, we added to the nutrient mixture different protective colloids, as albumin, gelatin, starch,

dextrine, and silica. It was found that, in the presence of protective substances in the medium, colloidal iron is not precipitated, both when the reaction is neutral and when it is alkaline.

We expected at first that we would succeed in growing normal green and healthy plants in the case of neutral or alkaline reactions by introducing the Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid instead of iron into the solution. But the results were negative. We then approached this problem from another side. We decided to find out whether plants would assimilate iron sol. If the results were positive, it would then be possible to retain Fe in solutions with neutral or alkaline reactions by means of protective colloids and to grow green and healthy plants in such solutions. For the purpose of solving this question, we made experiments of cultivating the Indian corn and oats in water cultures, both in the presence and absence of protective colloids. The details of the experiment and the results obtained are shown in Table 3.

Table 3

The Effect of Colloidal Iron on the Growth and Yield of Indian Corn and Oats

Serial number of vessel	Experimental scheme	Yield in grams					
		Indian corn			Oats		
		Stems	Roots	Total	Stems	Roots	Total
1—4	Complete Knop's mixture .	34.18	4.72	38.90	8.42	1.96	10.38
5—8	Knop's mixture but with isolation of iron	18.32	1.44	19.76	3.36	0.49	3.85
9—12	Knop's mixture+iron sol .	4.42	0.36	4.78	1.36	0.14	3.50
13—16	Ditto but with isolation of iron sol	3.36	0.27	3.63	1.14	0.11	1.25
17—20	Knop's mixture+iron sol and 100 mg of protective colloids	2.97	0.34	3.31	1.34	0.14	1.48
21—24	Knop's mixture with isolation of Fe sol and with 100 mg of albumin . . .	2.65	0.32	2.97	1.24	0.18	1.42
25—28	Knop's mixture, with isolation of Fe sol and with 100 mg of gelatin	3.18	0.37	3.55	1.35	0.22	1.57
29—32	Knop's mixture, with isolation of Fe sol and with 100 mg of silica	3.36	0.42	3.78	1.42	0.26	1.68

During the summer, the experimental plants showed the following growth. The Indian corn and the oats cultivated on the complete mixture were green and yielded a high crop. In the case of isolation of iron, yellow stripes appeared on the leaves and the plants grown in these vessels showed a poorer development than the controls. Furthermore, the root-system which was in the iron solution showed a weak development owing to lack of assimilation products. When molecular iron was replaced in the mixtures by colloidal iron, very low yields were obtained, since the Indian corn and the oats were very pale and weak and did not assimilate the iron sol at all. The plants assimilated it neither in the isolated cultures nor in the unisolated ones. On the addition of colloidal iron to the nutrient mixture, the iron was quickly converted into sol and precipitated; but when it was isolated, the entire root-

system was immersed in sol solution, the plants could not utilize it for synthetic purposes and remained pale-yellow and after a time ceased to grow.

We have noted above that, if no protective colloids are introduced into the nutrient mixture, the iron sol coagulates and is precipitated When colloidal iron is introduced into the nutrient solution together with the protective substances, the iron sol does not precipitate both in the case of neutral and alkaline reactions. Although the plants had in all the tests a well developed root-system and although the iron sol was in solution, they, nevertheless, did not utilize this iron and showed a very weak growth. Similarly, the oats and the Indian corn could not assimilate the colloidal iron in the case of acid reactions (pH 4.0—4.5), as it apparently did not pass into a molecular state. If iron sol is introduced into the soft parts of a leaf by injection or rubbing in, it does not spread and does not form the spot characteristic of ionic iron, which appears very soon on chlorotic or green leaves when iron comes into contact with them. Inversely, on introducing, for instance, $Fe_2(SO_4)_3$ or $FeCl_3$ into the leaf tissue, we easily and quickly produce a green colouring in chlorotic plants.

Thus, this experiment justifies the following conclusions:

1. Oats and Indian corn do not assimilate colloidal iron, whether it is introduced through the leaf or through the roots.

2. Plants do not utilize colloidal iron for synthetic purposes whatever the pH values of the nutrient solution.

3. Iron sol may be retained in solution, in the case of both neutral and alkaline reaction, by means of protective colloids, and although the root-system is washed by a solution rich in iron, the plant does not assimilate it.

Conclusions

1. Mg-salt of α-pyrrole-carboxylic acid cannot functionally replace iron in plants. Indian corn, after using up the supply of iron in the seed, becomes pale, then yellow and perishes after some time.

2. In studying the absorption of iron by the plant during its growth, we find that sunflower and oats accumulate it before flowering and that, even if they do continue to absorb iron after flowering, it is already used for synthetic purposes only to a very slight extent.

3. Iron sol may be retained in solution in the case of neutral or alkaline reactions by means of protective colloids, but the plant cannot absorb it in view of the considerable size of the sol molecule, which cannot penetrate the cell-membrane.

4. Plants which absorb the iron through their leaves and stems give a lower yield than plants absorbing it through their roots. When plants are fed through the leaves by solutions of $Fe_2(SO_4)_3$ or $FeSO_4$ the effect is better than when fed by iron citrate or tartrate.

5. The higher plants assimilate iron sulphate and ferric and ferrous iron in an equal measure.

Voronezh Experimental Station.

Received 26. III. 1937.

REFERENCES

[1] A. Rippel, Biochem. ZS., **140** (1923). [2] R. Z. Gile, Science, **44**, 855 (1916). [3] K. Boresch, Ber. Deut. Bot. Ges., **38**, 287 (1920). [4] K. Boresch, ZS. f. Bot., **13**, 65 (1921). [5] K. Boresch, Arch. f. Protist., **31**, 62 (1921). [6] K. Boresch, Ber. Deut. Bot. Ges. (1924). [7] K. Neuberg, Biochem. ZS. (1918). [8] G. Pollacci u. B. Oddo, Acad. Lincei, **24**, 37—39 (1915). [9] B. Oddo u. G. Pollacci, Gaz. Chim. Ital., **50**, 54—70 (1920). [10] R. Wilstätter, Ann. Chem., **385**, 188—226 (1906). [11] R. Wilstätter, Libigs Ann. Chem., **385**, 188—226 (1911). [12] G. S. Deuber, Amer. Journ. Bot. (1926).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

ZOOLOGIE

DIE STELLUNG DER *ASCOTHORACIDA* ORD. NOV. *(CIRRIPEDIA ASCOTHORACICA* GRUVEL 1905) IM SYSTEM DER *ENTOMOSTRACA*

Von V. L. VAGIN

(Vorgelegt von S. A. Zernov, Mitglied der Akademie, d. 9. III. 1937)

Auf Grund einer dreijährigen monographischen Untersuchung der Ascothoraciden *(Ascothoracica* Gruv.) bin ich zur Überzeugung gekommen, dass die systematische Stellung derselben falsch dargelegt wurde. In einer ganzen Reihe von Eigenschaften unterscheiden sie sich scharf von den übrigen Untergruppen der Cirripedien.

Nach der bestehenden Klassifikation werden die *Cirripedia* in sechs Untergruppen, worunter sich *Ascothoracica* Gruv. befinden, eingeteilt. Die Arbeiten von Knipowitsch([4]) und Broch([1]) heben den eigentümlichen Character der Gruppe hervor, demzufolge sie eine Sonderstellung zwischen den anderen Repräsentanten der Cirripedien einnimmt.

Meiner Ansicht nach sind diese Merkmale hinreichend genug, um eine Einteilung der *Ascothoracica* in eine selbständige Gruppe zu gestatten, die einerseits den Cirripedien verwandt ist, und andererseits den *Copepoda* nahesteht.

Die Untergruppe *Ascothoracica* Gruv. wird durch folgende Merkmale charakterisiert. Der Körper besteht aus einer bestimmten Anzahl von Gliedern (16). Er ist von einem zweiklappigen Mantel eingehüllt, dessen Flügel durch eine kurze dorsale Naht verbunden sind. In den Mantelflügeln verzweigen sich die Leberauswüchse und liegen die Geschlechtsdrüsen. Bei den Weibchen entwickeln sich in den Schalen besondere Brutkammern, in denen die Inkubation der Embryonen stattfindet.

Die Körperteile sind: Der 5-gliedrige Kopfabschnitt mit den Antennulen und drei Paar Stech-Saug-Mundgliedmassen vom Stech-Saug-Typus. Diese sind in eine durch die Oberlippe gebildete Scheide eingeschlossen. Der 6-gliedrige Thorax trägt sechs Paar zweiästige Schwimmfüsschen (bei den Endoparasiten können sie reduziert sein oder gänzlich fehlen). Das Abdomen besteht aus fünf Segmenten mit einer gut entwickelten Furca.

Von den inneren Merkmalen sind anzuführen: starke Entwicklung der Leberauswüchse, die sich in der Dicke der Mantelflügel verzweigen; konzentriertes Nervensystem—die Bauchkette zerfliesst in eine ungegliederte Bauchmasse.

Die Exkretionsorgane sind Maxillardrüsen. Das Lakunensystem ist gut entwickelt und ersetzt die fehlenden Kreislauforgane. Die Muskulatur des Körpers verteilt sich nach den Segmenten und ist sehr gut differenziert. Im Mantel

ist eine spezielle Muskulatur vorhanden mit dem am stärksten entwickelten Klappenschliessmuskel. Die Lage des letzteren ist ventral—zwischen dem Mitteldarm und der Bauchnervenmasse.

Die sich in den Brutkammern der Weibchen entwickelnden Larven machen die Naupliusstadien und das ascothoracidale* Stadium durch.

Der Nauplius ist typisch, mit glattem Rückenschild. Ihm fehlen das einpaarige Auge und die Seitenauswüchse—«Hörner», welche ausnahmslos allen Cirrepedien eigen sind.

Das letzte — ascothoracidale — Larvenstadium (Cyprisstadium anderer Autoren) besitzt einen 16-gliedrigen Körper mit derselben Einteilung wie bei den Erwachsenen: Kopfabschnitt mit vier Paar Extremitäten (Antennen II fehlen); 6-gliedriger Thorax mit 5—6 Paar zweiästigen Schwimmfüsschen und der Abdomenabschnitt aus 5 Segmenten und einer Furca. Ein kleiner zweiklappiger Mantel umhüllt den Körper. Seine Klappen sind durch eine kurze, vorndorsale Naht verbunden. Der Schliessmuskel liegt unter dem Darm. Die Leberauswüchse treten in den Mantel ein. Die Zementdrüsen und die skelettbildenden Zentren fehlen.

Die angeführten Merkmale machen diese Larven sowohl den erwachsenen *Synagoga* als auch den Männchen anderer Familien der *Ascothoracida* sehr ähnlich. Demzufolge halte ich es für möglich, dieses Stadium als subimaginales anzusehen. Ihm homolog sind die Copepodidlarven der *Copepoda* und die cyprisähnlichen Larven der *Cirripedia.*

Der grösseren Anschaulichkeit wegen gestatte ich mir beim Vergleich der *Ascothoracida (Ascothoracica* Gruv.) und *Cirripedia* s. str. mit den dieser Gruppe nahestehenden Copepodien, das Vergleichsmaterial in zwei Tabellen anzuführen. Tabelle 1 enthält den Vergleich der Larven, Tabelle 2—den Vergleich der erwachsenen Repräsentanten der oben angeführten Gruppen.

Der angeführte Vergleich lässt ersehen, dass die *Ascothoracida* durch eine Reihe mehr primitiver Merkmale gekennzeichnet sind als *Cirripedia* s. str. Zu diesen Merkmalen gehören: typischer Nauplius, zweiklappiger Mantel ohne Ventralnaht, Fehlen der Zementdrüsen, deutlich ausgedrücktes Abdomen, Furca, etc.

Von den mit *Cirrepedia* s. str. gemeinsamen Merkmalen sind von grosser Bedeutung: Fehlen der Antennen II, Auswachsen der oberen Lippe in die Scheide für Mundanhänge, Vorhandensein des Schalenschliessmuskels.

Die Gemeinsamkeit der Merkmale mit *Copepoda* lässt die Vermutung zu, dass diese zwei Gruppen einen gemeinsamen Vorfahren hatten, von dem die *Copepoda* wie auch die ausgestorbenen Vorfahren der jetzigen *Ascothoracida* ausgingen.

Der gemeinsame Vorfahr besass ein sehr wichtiges Merkmal: bei ihm trat das imaginale Stadium zu Tage, dessen Vorhandensein ihn eine Sonderstellung inmitten der *Entomostraca* einnehmen liess (Abb.).

Den weiteren Evolutionsprozess stelle ich mir folgendermassen vor: einerseits haben sich Formen mit dem kleinen Karapax und vollen Komplex der Kopfgliedmassen entwickelt. Von diesen entwickelten sich die jetzigen *Copepoda.*

Anders betrugen sich die Formen, bei denen der Karapax eine gewaltige Entwicklung bekam; die Antennen II verkümmerten und die Antennulen verwandelten sich in zum Anhaften dienende Greiforgane.

---

* Ich halte es für zweckmässig, diese Bezeichnung einzuführen, da sie eine etwaige Verwirrung beim Vergleich der Ascothoraciden und Cirripedien vermeiden lässt. Ausserdem unterscheidet sich diese Larve scharf von den übrigen cyprisähnlichen Larven der *Cirripedia.*

Tabelle 1

Larven

Stadium	Merkmale	*Copepoda*	*Ascothoracida*	*Cirripedia*	Anmerkungen
Nauplien	Unpaariges Auge	+	—	+	Das Fehlen bei den Ascothoraciden ist noch nicht erklärt
	Kopfdrüsen	—	—	+	Das Erscheinen der Kopfdrüsen und «Hörner» ist mit dem Übergang zur sitzenden Lebensweise verbunden. In beiden Fällen sind die Merkmale sekundär
	Hörner	—	—	+	
Sublmaginales Stadium (Copepodid., ascothoracidales u. cyprisähnliches Stadium)	Karapax reicht bis zur Mitte des Körpers	+	—	—	Die Entwicklung des Karapax kann als eine gewisse Erschwerung der Organisation betrachtet werden; deshalb erscheint der kleine Karapax als eine primäre Bildung und alle weiteren Veränderungen sind sekundär
	Karapax bedeckt den ganzen Körper	—	+	+	
	Kurze Dorsalnaht	—	+	—	Kurze phylogenetisch jüngere Naht
	Lange Dorsalnaht	—	—	+	Sekundäre Bildungen, verbunden mit dem Auswachsen des Kopfabschnittes auf Kosten der Zementdrüsen
	Ventralnaht	—	—	+	
	Zementdrüsen	—	—	+	Spezielle Anpassung an die sitzende Lebensweise
	Fadenförmige Antennulen	+	—	—	Lineare Anordnung der Glieder, primärer Zustand
	Scherenförmige Antennulen	—	+	—	Verbunden mit Raub- und Parasitenlebensweise (sekundär)
	Haftscheidenartige Antennulen	—	—	+	Verbunden mit der sitzenden Lebensweise (sekundär)
	Antennen	+	—	—	Fehlen infolge der Spezialisation
	Stechende Mundpyramide	—	+	—	Ausgangstypus der Mundanhänge—ohne Scheide—kauend (*Copepoda* in unserem Fall)
	Kauende Mundpyramide	—	—	+	
	Skelettbildende Zentra	—	—	+	Verbunden mit der sitzenden Lebensweise am Boden, während die Inversion mit dem Festhaften des Kopfteiles, der sich in die Sohle oder das Füsschen verwandelt, verbunden ist
	Inversion bei der Metamorphose um 90°	—	—	+	

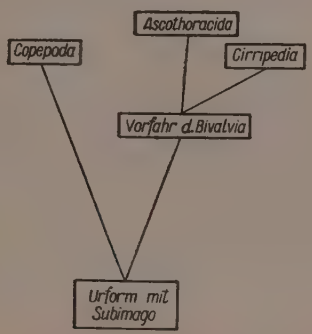
Tabelle 2

Erwachsene

Stadium	Merkmale	*Copepoda*	*Ascothoracida*	*Cirripedia*	Anmerkungen
Imaginales Stadium (am meisten typische Repräsentanten—*Calanoida, Synagogidae, Thoracica*)	Deutliche Einteilung in Kopfabschnitt und Abdomen	+	+	+	Charakteristisches Merkmal aller *Entomostraca*
	Normaler Kopfabschnitt	+	+	—	Primärer Zustand
	Kopfabschnitt in Füsschen oder Sohle verwandelt	—	—	+	Sekundäre Abänderung, verbunden mit der sitzenden Lebensweise
	Zweiästige Ruderextremitäten	+	+	—	Primärer Zustand
	Extremitäten verwandelt in Cirri	—	—	+	
	Abdomen normal entwickelt (5 Segmente)	+	+	—	Spezielle Anpassung an das Nahrungsgreifen
	Abdomen rudimentär eingeklammert (1—3 Segmente)	—	—	+	Sekundäre Erscheinung, verbunden mit sitzender Lebensweise. Primärer Zustand—normal entwickeltes Abdomen
	Normale Furca	+	+	—	Primärer Zustand
	Rudimentäre Furca	—	—	+	Ist der Rudimentation des Abdomens analog
	Fadenförmige Antennulen	+	—	—	Unter «fadenförmig» ist die lineare Anordnung der Glieder zu verstehen
	Scherenförmige Antennulen	—	+	—	Adaptive Abweichungen von dem geradlinigen Ausgangstypus—sekundäre Bildungen
	Antennulen rudimentär (Haftscheidenförmig)	—	—	+	
	Antennen (A-II)	+	—	—	Primär ist das Vorhandensein von A-II
	Kauende Mundpyramide	—	—	+	Sekundäre adaptive Veränderung—Auswachsen der Oberlippe
	Stech-Saug-Mundpyramide	—	+	—	
	Mundanhänge ohne Scheide	+	—	—	Primärer Zustand
	Ventraler Schliessmuskel	—	+	—	Adaptation, verbunden mit dem Auswachsen der Mantelklappen der Ventralmuskel ist primitiver
	Dorsalmuskel	—	—	+	Dorsalmuskel ist mit der Inversion bei der Metamorphose verbunden

Diese Organismen führten ihr Leben am Boden und in der Nähe desselben. Die fossilen Überreste dieser Formen sind unbekannt; sie sind alle ausgestorben. Von ihnen stammen zwei Abzweigungen ab, von denen eine sich für halb-parasitische Lebensweise spezialisierte. Eine so enge Spezialisation gestattete den Ascothoraciden eine ganze Reihe der primitiven Merkmale beizubehalten.

Der andere Zweig unterlag der Anpassung an die sitzende Lebensweise und entwickelte folgende Eigenschaften: die Zementdrüsen und dementsprechend die Vergrösserung des Kopfabschnittes. Die letztere führte zum Auswachsen des Mantels und zur Erscheinung der Ventralnaht. Das enge Anwachsen an das Substratum mit dem Kopfabschnitt hatte die Inversion zur Folge, während die Bodenlebensweise die Entwicklung des Skeletts begünstigte, so dass das Chitin der älteren Formen in den späteren Formen durch Kalk ersetzt wurde. Das Abdomen reduzierte sich, und die Schwimmfüsschen ver-



wandelten sich in die Cirri. Es traten hierbei Hermaphroditen und ergänzende Männchen auf.

Rhizocephala Gruvel 1905 lassen sich von den sitzenden Formen ableiten. Dies wird vollständig bestätigt durch die Nauplienlarven mit Hörnern und Kopfdrüsen und durch die cyprisähnlichen Larven mit Zementdrüsen und einer Ventralnaht auf dem Mantel.

Dies alles veranlasst mich, in das System der *Cerripedia* folgende Abänderungen einzutragen:

1) Zu den *Cirripedia* s. str. sind alle jene Formen hinzuzurechnen, welche typisch cyprisähnliche Larven mit haftscheidenähnlichen Antennulen, Zementdrüsen, reduziertem Abdomen und Ventralnaht der Mantelklappen haben und deren Nauplius mit Hörnern versehen ist.

2) Die Untergruppe *Ascothoracica* Gruvel 1905 muss aus der Ordnung der *Cirripedia* s. str. ausgeschlossen werden, da sie die Charakterzüge dieser Gruppe nich besitzt.

3) Auf Grund einer Reihe von Merkmalen, die nur dieser Gruppe eigen sind, halte ich es für notwendig, dieselbe in eine selbständige, phylogenetisch der Cirripedien verwandte Ordnung der *Ascothoracida* einzuordnen.

Charakteristik: *Entomostraca*, deren Körper mit zweiklappigem Mantel umhüllt ist. In der Dicke der Klappen verzweigen sich die Gonaden und die Auswüchse des Mitteldarmes. Am deutlich segmentierten Körper sind zu unterscheiden: Kopf mit Antennulen (ohne Antennen) und einer Mundpyramide mit drei Paar Anhängern; 6-gliedriger Thorax mit je ein Paar Schwimm-

extremitäten an jedem Segment; Abdomen aus 4—5 Segmenten und einer gut entwickelten Furca.

Embryonen und Larven entwickeln sich in der Brutkammer. Die Larvenstadien sind: Nauplius—typisch ohne Hörner und Naupliusauge: subimaginales—ascothoracidales Stadium sehr ähnlich den Erwachsenen: Mantel mit kurzer Dorsalnaht, Antennulen scheerenförmig (subchela), Schliessmuskel immer ventral.

Raubtiere und Parasiten an Korallen und Echinodermaten. Leben in Meeren. Geschlechter sind immer getrennt. Geschlechtsdimorphismus ist vorhanden.

Kabinett für Zootomie
der Universität Leningrad.

Eingegangen
d. 9. III. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Hj. Broch, *Cirripedia*, Handbuch der Zoologie, Kühentha lu. Krumbach, **3**, Lief. 5, 503—552 (1927). [2] Gruvel, Monographie des Cirripedes Thecostraces, Paris (1905). [3] N. Jossi, Annotations Zool. Japanese, **13**, № 3 (Tokyo) (1931). [4] N. Knipovitsch, Bull. Soc. Nat. de St. Pétersbourg, **23**, livre 2, 1—133 (1892). [5] H. Lacze-Dutiers, Mém. Acad. des Sci. de l'Inst. de France, **2** (№ 2), 1—168 (1883). [6] C. Norman, Transact. Linn. Soc. of London, ser. 2 (Zoology), **11**, 161—165 with 3 pls. (1913). [7] Jo. K. Okada, Bull. Museum Natur. Hist. Paris., **50**, 69—73 (1926). [8] K. A. Piefinch, Quart. Journ of Micr. Sci., **78**, IV, № 308 (1936). [9] K. Stephensen, Danish «Ingolf» Expedition, III, № 12 (Zoology) (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

ZOOLOGY

ON THE PACIFIC GENERA *EURYMEN* GILBERT AND BURKE AND *GILBERTIDIA* C. BERG *(PISCES COTTIDAE)*

By P. J. SCHMIDT

(Communicated by S. A. Zernov, Member of the Academy, 7. IV. 1937)

Two Pacific genera of *Cottidae*, the *Eurymen* and *Gilbertidia*, showing in connection with their semibathybial life a most degenerate structure, are very little known and represented in Museums by but few specimens. Some confusion has therefore arisen concerning their systematic position. Having now found among the fishes of the Okhotsk Sea, collected by Mrs S. Somova-Generosova in 1932 on the trawler «Gagara», a new species of *Gilbertidia* C. Berg, I give here a short revision of these two genera which appear to be closely allied.

Synopsis

A. Teeth on jaws and vomer; gill-membranes united, forming a fold across isthmus ..... *Eurymen* Gilbert a. Burke (*Eurymen gyrinus* Gilbert a. Burke).

B. Teeth on jaws only; gill-membranes connected to the isthmus without fold ..... *Gilbertidia* C. Berg (= *Gilbertina* Jordan a. Starks).

a) Skin smooth; head not flat; two pores on the opercle; tips of dorsal rays not projecting. Bering Sea ..... *Gilbertidia sigalutes* Jordan a. Starks.

b) Skin covered with small prickles; head depressed, flat; 5 pores on the opercle; dorsal rays with projecting tips. Okhotsk Sea .... *Gilbertidia pustulosa* sp. n.

1. *EURYMEN GYRINUS* GILBERT a. BURKE

Eurymen gyrinus Gilbert a. Burke (1910) 1912, p. 64—65, fig. 14.
Eurymen gyrinus Schmidt, 1915, p. 623—625, fig. 5.
Gilbertidia ochotensis Schmidt, 1915, p. 625—627, fig. 6.
Gilbertidia ochotensis Soldatov a. Lindberg, 1930, p. 280, fig. 47.
Eurymen gyrinus Soldatov a. Lindberg, 1930, p. 282, fig. 48.
Eurymen bassargini Soldatov a. Lindberg, 1930, p. 286, fig. 49.
Eurymen gyrinus Taranez, 1935, p. 94.

This species first described in 1912 by Gilbert and Burke after a young specimen (50.0 mm) was found in the Pacific Ocean off Avacha Bay in 147 m depth; it had no teeth on the vomer. 3 years later I described an adult specimen (195.0 mm) from Penzhinskaya Bay, which showed two distinct groups of teeth on the vomer, separated by an interval; but at the same time a young specimen (84.0 mm) of the same species, differing from the adult in the shape of its body and with no teeth on the vomer, was erroneously described by me as *Gilbertidia ochotensis* sp. n.

Whether *Eurymen bassargini* from Peter the Great Bay described by Soldatov and Lindberg in 1930 as a new species, is specifically different from *E. gyrinus* Gilb. a Burke is rather doubtful. A second adult specimen, 266.5 mm long, which I found in 1932 in the North Japan Sea (off Cap Eustaphe) compared with that from the Okhotsk Sea, can hardly be regarded as a different species. I give here its fin formula and measurements.

D VIII, 25; *A* 16; *P* 24; *L. ltr.* 16

Total length in mm (*L*)	266.5	Length of snout in % *lc*	23.8
Length to base of *C* in mm . . .	215.0	Width of interorbital in % *lc* .	19.1
Length of head (*lc*) in % *L* . . .	31.5	Postocular distance in % *lc* . .	61.3
Width of head in % *L*	19.8	Length of pectoral fin in % *L* .	23.2
Height of head in % *L*	14.5	Length of ventral fin in % *L* .	14.5
Long diameter of eye in % *lc* . .	17.8		

The distinctions when compared with the Okhotsk Sea specimen are: a somewhat smaller length and height of the head, a longer postocular distance (54.5% in the Okhotsk specimen) and a darker coloration. But all these differences are too insignificant as to be scarcely regarded as species variation and I prefer to consider the *Eurymen bassargini* merely as synonymous.

Having now in our collection two very young specimens of *Eurymen gyrinus* G. a. B. (42.5 and 43.0 mm long), I can confirm that there are no vomerine teeth developed in them; but an older specimen (78.0 mm) from the Tartar Straits already shows some small teeth on the vomer. The broad dark crossband at the base of the caudal fin distinguishable even in the smallest specimens appears to be very characteristic of this species.

The distribution of this species seems to be very wide: it was found in the coldest part of the Okhotsk Sea (Penzhinskaya Bay, Irineyskaya Bay, Shantar Islands) and in the northern part of the Japan Sea (Tartar Strait, Peter the Great Bay) off the continental coast.

2. GILBERTIDIA PUSTULOSA sp. n.

Platycottus pustulosus (in litteris) Schmidt, 1935, p, 05.

D VI, 20; *A* 14; *P* 15; *V* 3; *C* 12, *L. ltr.* 12, *R. br.* 7.

Body short, somewhat depressed anteriorly, compressed behind pectoral fins, soft, gelatinous, semitransparent. Head large, 3.1 in length of body, width about equals length, flattened; snout 2.9, long diameter of eye 5.1, interorbital width 2.2 in head length. Teeth small, only in jaws. Head with large mucous pores; 6 pores below eye, 2 behind eye; 5 on the opercle, 2 pairs of pores on the snout adjacent with nasal openings and 1 pore in the middle of the interorbital space. Gill-membranes attached to the wide isthmus. Skin on the body loose, transparent, thickly covered with small prickles, especially on the sides of body and head and on the fins. Lateral line of 12 large mucous pores. Dorsal fin anteriorly hidden in the skin, without incision between spinous and soft parts, higher posteriorly, its posterior end connected by a membrane with the base of the caudal: tips of dorsal fin rays protruding. Caudal fin rounded posteriorly. Anal fin about as high as the dorsal. Ventral fins with 3 soft rays, not having spines, hidden in the skin to half of their length; tips reaching to anus. A small anal papilla present. Colour yellowish-grey, without spots or bands. Length 59.0 mm. A young specimen (44.0 mm) has a smoother skin.

Two specimens found in the central part of the Okhotsk Sea in the depth of 335 m (55°31′ N, 149°10′ E).

On comparing this species with the description and figure of *Gilbertina sigalutes* Jordan a. Starks (1895), we may conclude, that it refers to another genus, as it has no «anterior end of preorbital forming a blunt spine over mouth» and no «process of premaxillary prominent and a group of blunt projections behind each eye» of which the American authors write. A later description of *Gilbertidia sigalutes* by Evermann and Goldsborough (1907) compels us, however, to believe that our specimens belong to the same genus, but to another and new species probably peculiar to the Okhotsk Sea. Not having seen the type-specimens of Jordan and Starks and of Evermann and Goldsborough, we cannot be sure that the fishes described by these American ichtyologists are really of the same species or even genus as both the descriptions and the figures of these authors greatly differ. Our specimens differ from *Gilbertidia sigalutes*, described by Evermann and Goldsborough, in the prickly skin, flat head, the protruding rays of the dorsal fin and the larger number of pores.

Certain doubts may arise about the constancy of all these distinctions, but a more conclusive decision on the systematic position of these two species can only be reached in future when the material for study will be less scant.

Received
7. IV. 1937.

REFERENCES

[1] C. Berg, II Comun. Mus. Buenos Aires, I, 42 (.1898). [2] Evermann a. Goldsborough, Bull. U. S. Bur. Fish., XXVI (1907). [3] Gilbert a. Burke, Bull. U. S. Bur. Fish., XXX, 1912 (1910). [4] Jordan a. Starks, Contrib. Biol. Hopkins. Laborat., III (1895). [5] Schmidt, Ann. Mus. Zool. Ac. Sc., XX (1915) [6] Шмидт, Вестн. АН СССР, № 5 (1935). [7] Soldatov a. Lindberg, Bull. Pac. Inst. Fisher., V, 280 (1930). [8] Таранец, Вестн. ДВ фил. АН СССР, № 1 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XV, № 5

EXPERIMENTELLE ZOOLOGIE

I

ÜBER DIE ORGANBILDUNG BEI NERVENLOSEN ORGANISMEN*

Von G. V. LOPASHOV

(Vorgelegt von J. J. Schmalhausen, Mitglied der Akademie, d. 4. IV. 1937)

Gelingt es uns bei irgendwelchen Organismen, das Anlegen des Nervensystems zu verhindern, ohne in anderen Beziehungen ihren Bau zu stören, so werden wir auf diesem Wege eine ganze Reihe von Problemen lösen können. Zum Ende der Operationssaison 1936 wurde von mir zu diesem Zweck eine besondere Methodik ausgearbeitet. Sie besteht darin, dass bei Amphibienkeimen auf dem Stadium der späten Gastrula das gesamte Ektoderm, aus dem sich das Nervensystem bilden müsste, entfernt wird. Auf seine Stelle wird ein gleich grosses Stück Bauchepidermis der frühen Neurula verpflanzt. Da letztere die Fähigkeit zur Verwandlung in Neuralgewebe bereits verloren hat, erweist sich der so erhaltene Keim seinem Bau nach normal, doch fehlt ihm das Nervensystem.

Die Versuche wurden an *Triton taeniatus*, *Bombina bombina*, *Rana esculenta* und im Herbst 1936 am Axolotl durchgeführt. Völlig befriedigende Resultate werden nur am Triton (fast in 100% der Fälle) erhalten; an den übrigen Arten sind die Operationen derart schwer und gelingen sie so selten, dass ich mich völlig von ihnen lossagte. Die Versuchskeime, die ich einfach «Nervenlose» nennen werde, können sich, natürlich, nicht ernähren, leben auf Kosten des Dotters aber bis 15—20 Tage lang. Jeder Nervenlose besass 2 Kontrollkeime, die zum Vergleich dienten und gleichzeitig mit ihm fixiert wurden. Insgesamt sind bisher 27 gelungene Fälle erhalten worden, bei denen das Nervensystem entweder vollständig fehlt oder in Form kleiner Fragmente in diesem oder jenem Körperteil zurückgeblieben ist. Die letzteren sind noch interessanter als die ersten.

Indem ich hier auf eine eingehende Beschreibung der Entwicklung der Nervenlosen verzichte (diese wird in der Hauptarbeit gegeben werden), gehe ich direkt zu den Problemen der Arbeit über.

1. Problem—wodurch und wann werden die Nasenplakoden und die Ohrblase induziert? Werden sie von gewissen allgemeinen Einflüssen des gegebenen Körperniveaus induziert, die vom Mesoderm als auch vom Gehirn

* Mitgeteilt auf der Sitzung der Abteilung für Entwicklungsmechanik des Institut für experimentelle Biologie am 16. X. 1936.

dieses Niveaus ausgehen, oder können sie nur von Gehirnabschnitten induziert werden? Die Nervenlosen geben auf diese Frage eine klare Antwort. Nur in den Fällen, wenn in ihnen entsprechende Gehirnteile vorhanden sind, sind auch diese Organe da; fehlt das Gehirn, so fehlen auch immer die Organe. Ist nur die linke oder rechte Hälfte des Gehirns vorhanden, so liegen auf derselben Seite auch Nase oder Ohr; ist das Gehirn seiner Grösse nach asymmetrisch, so liegt auf der massiveren Seite auch ein grösseres Organ, und umgekehrt.

Ich veranstaltete am Axolotl Ergänzungsversuche (32 Paare von Fällen). Es wurde das zephale Entomesoderm und der Kopfabschnitt der Medullarplatte der frühen Neurula isoliert und in deren Bauchepidermis eingewickelt. Die Explantate lebten bis 22 Tage lang. Nur die Gehirnabschnitte induzierten in der Epidermis Nasenplakoden und Ohrblasen; die sich aus dem Gehirn entwickelnden Augen induzierten Linsen. Vom Entomesoderm wurde nichts in der Epidermis induziert.

Hieraus folgt, dass die Induktion der Kopforgane in 2 Etappen geschieht: erste Etappe—das Entomesoderm induziert das Gehirn; zweite Etappe—die Gehirnabschnitte induzieren die Nasenplakode und die Ohrblase (wie das Auge die Linse induziert). Diese Organe können nur aus der Neurulaepidermis entstehen. Bei der Wirkung desselben Induktors auf das Gastrulaektoderm entstehen aus diesem Gehirnabschnitte; diese induzieren ihrerseits die Ohrblase und die Nasenplakode. Da das Nervensystem in Gastrulaektoderm sowohl vom Entomesoderm als auch vom Nervensystem induziert werden kann, konnten die Versuche über Induktion im Gastrulaektoderm die Frage, wodurch unmittelbar Nase und Ohr induziert werden, nicht lösen.

2. Problem—die Äquipotentialität des Bindegewebes verschiedener Herkunft. Bekanntlich entsteht das knorpelige Viszeralskelett in seiner Hauptmasse aus dem Mesektoderm, d. h. aus Bindegewebe, das aus den Neuralwülsten migriert. Dies fehlt aber bei den Nervenlosen. Es fragt sich nun, ob es zu einer Kompensation desselben auf Kosten von Bindegewebe anderer Herkunft kommt. Auf diese Frage hoffe ich nur nach Durchführung einiger Ergänzungsversuche antworten zu können. Was die anderen Derivate der Nervenwülste—die Pigmentzellen und das Mesenchym des Flossensaums—anbelangt, so wird, falls ein Teil des Nervensystems zurückbleibt, ständig beobachtet, wie neben ihm ein kleiner Flossensaum entsteht und um ihn herum einzelne Pigmentzellen liegen. Falls im Nervenlosen aber Abschnitte des Kopfgehirns zurückbleiben, so fehlen die Pigmentzellen.

3. Problem—die Entwicklung der Haftfäden (Balancern) und der äusseren Kiemen beim Fehlen des Mesektoderms und Nervensystems. Hierher gehören wohl die allerinteressantesten Resultate der Versuche mit Nervenlosen. Schon ungefähr 1 Tag vor ihrem Auftreten bei den Kontrolltieren begannen auf dem Vorderende des Körpers der Nervenlosen die Haftfäden zu wachsen. Die Kiemen wurden auch früher als in der Norm angelegt, diese wie auch jene übertreffen nach ihrer Dicke bedeutend die Kontrolle. Es fehlt jedoch die typische Form: sowohl die Haftfäden als auch die Kiemen stellen gerade Röhrchen dar. Die Kiemen verzweigen sich nicht, die Haftfäden erwerben auch nicht ihr typisches Aussehen; diese und auch jene sind ungefähr um die Hälfte kürzer als in der Kontrolle (wo die Organe schon ihr endgültiges Aussehen angenommen haben). Das Mesenchym der Kiemen und der Haftfäden geht aus dem Mesektoderm hervor; und in all'den Fällen, wo die Kiemen und die Haftfäden das beschriebene Aussehen haben, fehlt in ihnen das Mesenchym. Sie stellen breite hohle Epithelialröhrchen dar; das Epithel ist etwas ungeordnet und stark verdickt, so dass seine Masse wohl kaum gerin-

ger als in den normalen Organen ist. Eine Reihe von Fällen gestattet die Annahme, dass die Innervation hier nichts zu sagen hat; neben solchen Organen lagen zuweilen Teile des Kopfgehirns.

Ich gestatte mir die Aufstellung folgender Hypothese zur Erklärung dieser Angaben. Die Entwicklung der Kiemen und Haftfäden beginnt damit, dass qualitativ-besondere Zellen entstehen: die des Haftfädenepithels und die des Kiemenepithels; sie bilden sich augenscheinlich im Ergebnis der Induktion. Ohne Wechselwirkung mit dem ihren Hohlraum ausfüllenden Mesenchym sind sie nur fähig sich in gerade unansehnliche Röhrchen zu entwickeln. Eine derartige Wechselwirkung der Gewebe stellt, allem Anschein nach, ein besonderes Formbildungsprinzip dar. Sie darf nicht mit der Induktion verwechselt werden, bei der qualitativ-neue Zelltypen entstehen. Bei der Wechselwirkung ändern sich die Zellen qualitativ nicht; das System der verschiedenartigen Zellen erwirbt aber eine besondere Form, die keiner der das System bildenden Zelltypen im einzelnen erzeugen kann. So kann weder das Kiemenepithel noch das Kiemenmesenchym allein genommen die Form der Kiemen annehmen. Diese Form ist das Resultat der Wechselwirkung qualitativ-verschiedener Zelltypen und kann nicht irgendeinem von diesen allein zugeschrieben werden.

4. Problem — die Extremitätenentwicklung bei Fehlen des Nervensystems. Die Bedeutung dieses Problems ist allgemeinbekannt, ihm sind nicht wenige Arbeiten gewidmet. Leider wurden die Nervenlosen nicht bis aufs Stadium der differenzierten Extremität gebracht. Was die Extremitätenknospen anbelangt, so können sie sich bestimmt auch bei Fehlen des Nervensystems, gleichzeitig mit den Knospen in der Kontrolle, entwickeln. Im einzigen Falle, wo die Kontrolle das Stadium der zweizehigen Knospe erreichte, hatten die Extremitäten das Aussehen einer spitz zulaufenden verlängerten Knospe; sie übertraf an Grösse die Kontrolle, wies aber keine Zehen auf. Es ist zu früh, irgendwelche Schlüsse hieraus zu ziehen; eine Reihe von Nervenlosen muss auf spätere Stadien gebracht werden, was bestimmt möglich ist.

5. Letztes Problem—die Innervation und Funktion der Organe. Hier sind die Nervenlosen mit Resten des Gehirns besonders wichtig. Völlig Nervenlose liegen unbeweglich, reagieren nicht auf Stiche, die Herzen schlagen bei ihnen. In den Fällen, wo das Nervensystem im Rumpf vorhanden ist, ziehen sich die Keime, wenn sie gestochen werden, zusammen. Besitzen sie aber nur Abschnitte des Kopfgehirns, so bleiben die Stiche wirkungslos. In einem Falle konnte die Entwicklung der Innervation eines Keimes beobachtet werden. Bei ihm war nur im Schwanze ein Teil des Nervensystems zurückgeblieben (im Schwanze bleiben am allerhäufigsten Reste zurück). Die Kontrolle bewegte sich bereits 2 Tage, während der Versuchskeim noch immer unbeweglich lag. Alsdann begann der Schwanz und später allmählich auch der ganze Nervenlose zu zittern, wenn er gestochen wurde, wobei (augenscheinlich entsprechend dem Wachstum der Nerven) erst der hintere Rumpfteil, weiter der vordere Rumpfteil und schliesslich der Kopf zu zittern begann.

Hier ist besonders viel unklar. Geklärt werden muss: 1) der Zusammenhang der Innervation mit der Entwicklung der Bewegungen des Keimes; 2) die Rolle der Abschnitte des Nervensystems in den Bewegungen. Es ist auch eine eingehende Bearbeitung des Materials mit speziellen Methoden erforderlich (das zu diesem Zweck fixierte Material ist noch nicht bearbeitet).

Ich kehre nicht zu den Schlussfolgerungen zurück—sie wurden schon oben gemacht. Die weiteren Versuche haben vor allem zur Aufgabe, die Nervenlosen auf spätere Stadien zu bringen. Andere Versuche müssen zur Klärung der Rolle des Nervensystems und des Mesektoderms in der Formbildung einzelner Organe und gleichzeitig zur Klärung der Rolle der Abschnitte des Nervensystems in den Bewegungen durchgeführt werden. Diese Versuche werden in der Transplantation von Kopf- oder Rumpfabschnitten des Nervensystems von Anuren in den Bauch nervenloser Tritonen bestehen. Auf die Literatur und andere Schlussfolgerungen gehe ich hier nicht ein; dies wird in der Hauptarbeit geschehen.

Institut für experimentelle Biologie.
Moskau.

Eingegangen
d. 4. IV. 1937.

II

ÜBER DIE SPEZIFITÄT INDUKTIVER EINFLÜSSE

Von G. V. LOPASHOV

(Vorgelegt von J. J. Schmalhausen, Mitglied der Akademie, d. 4. IV. 1937)

In meiner Arbeit «Eye-inducing substances» ([5]) teilte ich die Resultate der ersten Versuche über Induktion durch abgetötete Augenanlagen im Gastrulaektoderm mit. Ohne auf neue Versuche einzugehen, die in gleicher Richtung durchgeführt wurden, möchte ich hier über einige neue Angaben betreffs Spezifität und Wirkungscharakter lebender Induktoren berichten. Die gegebenen Versuche wurden in Ergänzung zu neuen Untersuchungen der Spezifität der induktiven Einflüsse verschiedener abgetöteten Anlagen durchgeführt.

Die erste Gruppe von Versuchen bezieht sich auf das Problem der Herkunft der augeninduzierenden Substanzen in der Normalentwicklung. Eine Reihe von Arbeiten ([1], [2], [7], [10]) zeigt mit Evidenz, dass auf dem Stadium der frühen Gastrula die Augenzellen sich qualitativ nocht nicht von den Zellen des übrigen Gehirns abgesondert haben. Bei Überpflanzung der Augenanlage in andere Verhältnisse kann sie sich zum Gehirn entwickeln; die Gehirnabschnitte auf der Stelle der Augenanlage können sich zum Auge entwickeln. Zweifellos ist hierbei die Rolle der entomesodermalen Unterlagerung; unklar ist jedoch, ob die augeninduzierenden Substanzen aus der Unterlagerung selbst oder von den Gehirnzellen ausgeschieden werden und die mit dem Gehirn verbundene Unterlagerung im letzten Falle nur an ihrer Lokalisation teilnimmt. Zur Lösung dieser Frage schien mir die genaue Klärung der Frage, ob die Kopfunterlagerung in Rumpfabschnitten des Gehirns die Entwicklung des Auges zu induzieren fähig ist, zu genügen. Um die Anteilnahme der umgebenden Gehirnteile auszuschliessen, wurde der Versuch an Explantaten (15 Fälle) durchgeführt. Ich liess den medianen Teil der Kopfunterlagerung der frühen Axolotlneurula mit einem Stück ihres Rumpfgehirns zusammenwachsen, worauf sie zusammen in ein Stück Bauchepidermis der Neurula eingewickelt wurden. Die Explantate lebten bis 18—20 Tage lang. In einer Reihe von Fällen entstanden Augenanlagen mit Retina und Pigmentepithel; ihre Grösse und Vollkommenheitsgrade waren recht verschieden. Das Ausbleiben der Induktion in einer Reihe von Fällen kann mit einem losen Kontakt des Entomesoderms und des Gehirngewebes in Zusammenhang gebracht werden; diese lassen augenscheinlich zuweilen voneinander ab.

Hieraus kann der Schluss gezogen werden, dass die Rolle der Unterlagerung in der Normalentwicklung des Auges in der Ausscheidung der dasselbe induzierenden Substanzen besteht. Die Induktion des Auges geschieht in zwei Etappen: 1.—Induktion des Gehirns, in dem alle Zellen noch gleichartig sind, 2.—ein Teil dieser Zellen verwandelt sich unter Einwirkung besonderer Substanzen (auf dem Neurulastadium) in Augenzellen. Die Tatsache, dass Stücke der Kopfabschnitte des Nervensystems der späten Gastrula schon fähig sind, sich selbständig nicht nur zum Gehirn, sondern auch zum Auge zu entwickeln (6), widerspricht diesem nicht. Augenscheinlich treten die augeninduzierenden Substanzen gleichzeitig mit den gehirninduzierenden Substanzen ins Ektoderm aus, nur wirken sie später.

Die zweite Versuchsgruppe bestand im Studium der induktiven Einflüsse lebendiger Anlagen von Sinnesorganen auf das Ektoderm der frühen Gastrula durch Verpflanzung derselben ins Blastocöl. Sind diese Organe fähig im Ektoderm der frühen Gastrula Anlagen des Nervensystems oder irgendwelcher Organe zu induzieren? Ich habe schon mitgeteilt (5), dass lebendige Augen im Ektoderm der Gastrula nur Linsen induzieren. Im Sommer 1936 wurden Ergänzungsserien von Versuchen mit dem Auge in den Kombinationen: *Rana arvalis→Triton taeniatus*, *R. esculenta→Tr. taeniatus*, *Bombina bombina→B. bombina*, und Serien mit der Nasenplakode und der Ohrblase in den Kombinationen: *Axolotl→Tr. taeniatus* und *R. esculenta→Tr. taeniatus* durchgeführt. Die Augen wurden vom Augenblasenstadium und die Ohrblasen und Nasenplakoden vom frühen Schwanzknospenstadium genommen. Es wurden ständig gleichzeitig 4—5 Anlagen eingepflanzt. Insgesamt wurden ca. 70 Versuche durchgeführt. Die Wirte wurden auf dem Stadium der runden Schwanzknospe und auf dem Vorderbeinknospenstadium fixiert.

Die Resultate sind völlig gleichartig. Keines der Organe ruft qualitative Veränderungen im Ektoderm der Gastrula hervor. Die Augen in den Kombinationen *Anura→Urodela* induzieren nicht einmal die Linse. Dies bedeutet aber nicht, dass die Transplantate in keinerlei Weise auf das Ektoderm wirken. Bei allen auf dem Schwanzknospenstadium fixierten Keimen zeigt das Ektoderm über dem Transplantat eine starke Verdickung und Wucherung. Eine qualitative Veränderung der Zellen hat jedoch nicht stattgefunden,—dies ist daraus klar zu ersehen, dass auf späteren Stadien die Epidermis über den Transplantaten ein völlig gewöhnliches Aussehen hat.

In diesen Versuchen beobachtete ich noch eine interessante Erscheinung; sie fällt augenscheinlich damit zusammen, was Raven (9) bei der Überpflanzung der Ganglienleisten ins Blastocöl der frühen Gastrula beobachtete. Wenn die Transplantate in unmittelbarer Nähe der Medullarplatte des Wirtes lagen, lieferte diese auf dieser Stelle kleine Auswüchse. Lagen sie neben den Haftfäden des Wirtes, so entstanden statt einem 2 und sogar 3 Haftfäden oder die Stelle ihrer Anlage wurde in Richtung zum Transplantat verschoben. Auf die Interpretation dieser Erscheinung werde ich an anderer Stelle eingehen.

Somit ist keine der Anlagen von Sinnesorganen fähig, irgendetwas im Ektoderm der frühen Gastrula zu induzieren. Dies ist ein wesentliches Argument zugunsten der Vorstellung von der Spezifität der induktiven Einflüsse. In letzter Zeit hat die Meinung weite Verbreitung gefunden, dass die induktiven Einflüsse unspezifisch und mit einer intensiven physiologischen Aktivität der Induktoren verknüpft sind. Solche sich intensiv entwickelnden Organe, wie die Nasenplakode und die Ohrblase, werden für physiologisch hoch aktiv gehalten (3). Augenscheinlich befähigt eine hohe physiologische

Aktivität noch nicht zur Induktion; zur Induktion ist höchstwahrscheinlich die Ausscheidung besonderer Substanzen erforderlich, die die in unseren Versuchen angewandten Organe nicht ausscheiden.

Was die Verdickungen des Ektoderms anbelangt, so dürfen sie nicht mit der Induktion des Nervensystems verwechselt werden. Die Wirkungen eines Teiles des Organismus auf einen anderen können von recht verschiedenem Charakter sein,—man darf sie nicht alle Induktionen nennen. M. E. muss als Kriterium der Induktion die Bildung qualitativ-neuer Zelltypen gelten, im gegebenen Falle—die Bildung von Zellen des Nervensystems. Die Tatsache, dass die Verdickungen des Ektoderms auf späteren Stadien aufgelöst werden, zeigt, dass die Zellen sich qualitativ nicht verändert haben. Hieraus folgt, dass man den Klassifikationen der Induktionsintensität, denen verschiedene Grade der Veränderung der Zellform zugrundegelegt sind ([4], [8]), ein äusserst vorsichtiges Verhalten entgegenbringen muss. Einige Veränderungen der Zellformen und Wucherungen gewisser Zellgruppen können auch ohne qualitative Veränderungen der Zellen vorkommen. So zeigen uns die Angaben über Gewebskulturen, dass die Zellen in Abhängigkeit von diesen oder jenen Bedingungen (besonders in Abhängigkeit von den umgebenden Geweben) eine recht verschiedene Form annehmen können, ohne sich qualitativ zu verändern.

Institut für experimentelle Biologie.
Moskau.

Eingegangen
d. 4. IV. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] H. B. Adelmann, J. exp. Zool., **57** (1930). [2] A. L. Alderman, J. exp. Zool., **70** (1935). [3] Б. И. Балинский, Индукция конечностей у амфибий, Киев, 1936. [4] J. Holtfreter, Arch. Entw. Mech., 132 (1934). [5] Г. В. Лопашов, Биол. журн., **5** (1936). [6] O. Mangold, Arch. Entw. Mech., **117** (1929). [7] O. Mangold, Erg. Biol., **7** (1931). [8] J. Needham, C. H. Waddington a. D. M. Needham, Proc. Roy. Soc., B., **114** (1934). [9] Ch. P. Raven, Arch. Entw. Mech., **130** (1933). [10] E. Umanski, Zool., Anz., **110** (1935).

PRIX D'ABONNEMENT

Un an — 36 livraisons . . . . . $ 15
Six mois — 18 livraisons . . . $ 7.50
(Séparément $ 0.50 le numéro)
«Nouvelle Série» pour 1933 — 6 livraisons . . . $ 2
«Nouvelle Série» pour 1934 — l'année complète épuisée; volume III (9 livraisons) et volume IV (9 livraisons) en vente à $ 3 le volume.

URSS — Mezhdunarodnaja Kniga, 18, Kuznetskij Most, Moscou (Compte courant n° 263 Banque d'Etat de l'URSS, 12, Neglinnaja, Moscou).
NORTH and SOUTH AMERICA — BOOKNIGA CORPORATION. 255 Fifth Avenue. New York, N. Y.
GREAT BRITAIN — W. H. SMITH & son, Ltd. Strand House, Portugal St London, W. C. 2.
FRANCE — MESSAGERIES HACHETTE. Service Abonnements. 111, Rue Réaumur. Paris, 2e.
SUISSE — Administration du Journal „LE TRAVAIL". 39, Rue de Lausanne. Genève.
ROUMANIE — Deposit de Ziare Luvru. Calea Victoriei 30. Bucarest.
Ç. S. R. — MELANTRICH, Akc. Spol. Knihkupectvi — odd. slovanskych knih. Vaclavské nam 42. Praha II. (Ucet post. spor. 20. 208).
BELGIQUE — LIBRAIRIE A.U.S. 38. Vieille Halle-aux-Blés. Bruxelles (C. C. P. 1861. 15 P. Driessen).
CHINA — AMERICAN BOOK & SUPPLY Co 841 Bubbling Well Road. P. O. Box 1798. Shanghai.
HOLLAND — J. GINSBERG. University Bookseller. Kort Rapenburg, 17. Leiden
LIETUVA — „MOKSLAS". Knygynas. Laisves Aleja, 46. Kaunas.
TURQUIE — LIBRAIRIE HACHETTE. Succursale de Turquie. 469, Avenue de l'Indépendance. Boîte Postale Pera 2219. Istanbul.
POLSKA — GEBETHNER & WOLFF. Filja I. Krakowskie Przedm. 15. Warszawa.
ROSSICA. Chmielna 5. Warszawa.
KSIEGARNIA GIRSZOWSKIEGO. Zamkowa 13. Wilno.
PALESTINE — SAFRAN Co. Jaffa Rd. 36. P. O. B. 223. Haifa.
BULGARIA — T. F. TSCHIPEFF. Buchhandlung. Boulevard Dondoukoff 20/22 Sofia. (Postscheckkonto-Sofia 540).
SVERIGE — C. E. FRITZE'S Kgl, Hofbuchhandlung. Fredsgatan, 2 Stockholm.
LATVIJA — A./S. VALTERS un RAPA. Teatra iela Nr. 11. Riga (Pasta tek. rek Nr. 675)
NORGE — JOHAN GRUNDT TANUM. Tidligere Aschehougs Boghandel. Karl Johans gt. 43. Oslo.

Les «Comptes Rendus», largement expédiés à l'étranger dans les centres scientifiques les plus importants et dans les bureaux de nombreuses revues, sont le seul organe scientifique en URSS, donnant tous les dix jours un compte rendu des plus récentes données de la science soviétique.

Prix — $ 0.50